

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA
APPELLO DEL 18 LUGLIO 2002
A.A. 2001-2002

Le risposte non motivate non sono prese in considerazione

Esercizio 1. Un'urna contiene 6 palline: 3 bianche, 2 rosse ed 1 nera. Si estraggono tre palline (senza reinserimento) e si vince se una delle tre è nera.

- a) Calcolare la probabilità di vincere.
- b) Calcolare la probabilità di vincere sapendo che la pallina nera non è uscita nelle prime due estrazioni.
- c) Sapendo di aver vinto, qual è la probabilità che la pallina nera non sia uscita nelle prime due estrazioni?

Esercizio 2. Sia X una variabile aleatoria di legge esponenziale di parametro λ e sia $Y = \sqrt{X}$.

- a) Calcolare, se esistono, la media e la varianza di Y .
- b) Scrivere la densità di probabilità di Y .
- c) Calcolare $P(Y > 2 | Y > 1)$. La variabile aleatoria Y gode della proprietà di “mancanza di memoria”?

(Osservazione. Non è necessario conoscere la risposta di a) per svolgere i punti b) e c))

Esercizio 3. Un messaggio binario può provenire da due diversi canali, A o B , con probabilità $\frac{1}{2}$. In ciascuno di questi messaggi, ogni singolo bit può assumere i valori 0 o 1, a caso e in modo indipendente. Nei messaggi provenienti da A ogni singolo bit è uguale a 1 con probabilità $\frac{1}{3}$; nei messaggi provenienti da B ogni singolo bit è uguale a 1 con probabilità $\frac{2}{3}$.

- a) Un messaggio di tre bit arriva dal canale A . Qual è la probabilità che sia formato da due 1 e uno 0? Un messaggio di tre bit arriva dal canale B . Qual è la probabilità che sia formato da due 1 e uno 0?
- b) Qual è la probabilità che un messaggio di tre bit sia formato da due 1 e uno 0?
- c) Qual è la probabilità che un messaggio di 10 bit contenga tutti 1? Se un messaggio di 10 bit contiene tutti 1, qual è la probabilità che esso provenga da B ?
- d) Per decidere se un messaggio lungo 450 bit proviene da B , si usa la seguente procedura: se il messaggio contiene almeno 290 bit uguali a 1, allora si decide che proviene da B . Utilizzando l'approssimazione normale, qual è la probabilità che un messaggio proveniente da B venga effettivamente individuato?