Analisi II per Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni
20–02–2012 A.A. 2011/2012, Primo scritto valido per l'orale, compito A

Allegare tutti i conti ritenuti necessari. Risultati senza giustificazione non verranno presi in considerazione. Gli esercizi 1 e 3 valgono 12 punti, gli altri 6. Si usi lo spazio sottostante ciascun esercizio per le soluzioni. Se non basta usare altri fogli a richiesta.

Nome(Stampatello) **Cognome**(Stampatello) **Matricola**

1) Sia data una funzione $f: \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Nello spazio sottostante si dimostri che se f è differenziabile in $\underline{x}_0$ allora la funzione è ivi continua.

2) Si dia un esempio di funzione $f: \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ ed un punto $\underline{x}_0$ tale che f ammette le derivate parziali in $\underline{x}_0$ e valgono zero ma la derivata direzionale

$$\underline{\partial}_{\underline{v}}(\underline{x}_0) \doteq \lim_{t\to 0} \frac{1}{t}(f((\underline{x}_0)_1 + tv_1, (\underline{x}_0)_2 + tv_2) - f(\underline{x}_0))$$

con $v_1 \cdot v_2 \neq 0$, $v_1^2 + v_2^2 = 1$ non esiste per nessuna coppia (v_1, v_2) tale che $v_1 \cdot v_2 \neq 0$

3) Si consideri una successione di funzioni $f_n(x)\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ di funzioni continue. Si dimostri che se $\{f_n\}$ converge uniformemente ad una funzione limite, detta $f(x)$, tale funzione è continua.

4) Si dia un esempio di successione $\{f_n\}$ di funzioni continue in $[a,b]$ che per ogni $x \in \mathbf{R}$ converge ad una funzione f discontinua in almeno un punto.

Analisi II per Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni
20–02–2012 A.A. 2011/2012, Primo scritto valido per l'orale, compito B

Allegare tutti i conti ritenuti necessari. Risultati senza giustificazione non verranno presi in considerazione. Gli esercizi 1 e 3 valgono 12 punti, gli altri 6

Nome(Stampatello) **Cognome**(Stampatello) **Matricola**

1) Sia data una funzione $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$. Nello spazio sottostante si dimostri che se f ammette derivate parziali continue in $\underline{x}_0$, allora la funzione è ivi differenziabile.

2) Si dia un esempio di funzione $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ ed un punto $\underline{x}_0$ tale che f ammette le derivate parziali in $\underline{x}_0$ ma la funzione non è continua in quel punto. Volendo si può prendere $\underline{x}_0 = \underline{0}$. Nello spazio sottostante si diano anche i dettagli della dimostrazione.

3) Si consideri una successione di funzioni $f_n(x)\colon [a,b] \to \mathbf{R}$ di funzioni continue e quindi integrabili. Si dimostri che se $\{f_n\}$ converge uniformemente ad una funzione limite, detta $f(x)$, tale funzione è integrabile ed inoltre $\lim\limits_{n\to+\infty} \displaystyle\int_a^b f_n(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

4) Si dia un esempio di successione $\{f_n\}$ di funzioni continue in $[,b]$ che per ogni $x \in \mathbf{R}$ converge ad una funzione f ma $\lim\limits_{n\to+\infty} \displaystyle\int_a^b f_n(x)dx \neq \int_a^b f(x)dx$.