Analisi II per Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni
15–09–2012 A.A. 2011/2012, Sessione estiva, scritto valido per l'orale

Nome(Stampatello) **Cognome**(Stampatello) **Matricola**

Allegare tutti i conti ritenuti necessari. Risultati senza giustificazione non verranno presi in considerazione. Gli esercizi valgono: primo e secondo 10 punti; terzo e quarto 5 punti;

Nome(Stampatello) **Cognome**(Stampatello) **Matricola**

1) Sia $A = \overset{\circ}{A} \subset \mathbf{C}$ un aperto connesso, limitato nel piano complesso e sia $f\colon A \to \mathbf{C}$ una funzione olomorfa e continua su $\overline{A}$. Si dimostri che la funzione $|f(z)|$ assume il massimo su ∂A (è il teorema del massimo).

2) Si dimostri il TEOREMA DEL DINI

Teorema *Sia $f(x,y)$ una funzione di classe C^1 in un aperto $A \subset \mathbf{R}^2$. Se (x_0, y_0) è un punto di A nel quale risulta*

$$F(x_0, y_0) = 0, \qquad \text{e} \qquad F_y(x_0, y_0) \neq 0$$

allora esistono numeri positivi δ e σ tali che l'equazione

$$F(x,y) = 0$$

definisce implicitamente un'unica funzione

$$f\colon (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \to (y_0 - \sigma, y_0 + \sigma)$$

cioè una funzione tale che

$$F(x, f(x)) \equiv 0, \qquad x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$$

e per cui risulta $f(x_0) = y_0$. Inoltre f è derivabile nell'intervallo $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ e si ha

$$f'(x) = -\frac{F_x(x, f(x))}{F_y(x, f(x))} \qquad x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$$

3) Si risolva la equazione differenziale $x''(t) + 2x'(t) + x(t) = H(t - T)$, $x(0) = a$, $x'(0) = 0$

4) Sia $n \geq 0$ un intero e sia $f(z) \doteq \sum_{k=0}^{+\infty} z^{-k} + \sum_{k=n}^{+\infty} 2^{-k} z^k$. Si trovi l'insieme $\mathcal{D}$ in cui la serie converge. Si trovi il più grande insieme in cui la funzione $f(z)$ è estendibile ad una funzione $F(z)$. Si calcoli $\oint_\gamma dz F(z)$ dove γ è la curva percorsa in senso antiorario $|z| = \frac{1}{2}$, $|z| = \frac{3}{2}$, $|z| = 4$.