

Analisi Matematica II — Prova scritta del 01.10.2011

Per l'esame da 10 crediti: svolgere tutti gli esercizi (tempo 180 minuti)

Per l'esame da 5 crediti, solo seconda parte (ex analisi IV): svolgere gli esercizi 5,6,7, (tempo 100 minuti)

Per l'esame da 5 crediti, solo prima parte (ex analisi III): svolgere gli esercizi 1,2,3,4 (tempo 100 minuti)

1. Si consideri la funzione $f(x, y) = -2y^4 - xy + \frac{x^2y}{4}$

1.1) Si individuino i punti critici. Successivamente se ne stabilisca la natura.

1.2) Si trovino massimo e minimo assoluti della funzione all'interno del triangolo di vertici $(-1, -1), (1, 1), (-1, 1)$ (lati compresi).

2. Usando il teorema delle funzioni implicite si trovi il piano tangente $ax + by + cz + d = 0$ alla funzione definita implicitamente dalla relazione $(\ln x)^{y+1} + y^{e^{2z}} + e^{2z \ln x} + x = e + 4$ nel punto $(e, 1, 0)$

3. Si calcoli il volume del solido contenuto tra il paraboloido $z = x^2 + y^2$ ed il piano $z = 2x + 2y + 3$

4. Si calcoli $\int_{\varphi} \omega$ dove $\omega = \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + y^2}(1 + x^2 + y^2)} + \frac{ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}(1 + x^2 + y^2)} + (3x + 2y)dz$; φ è la curva data da $\{z = x^2 + y^2\} \cap \{z = 2x + 2y + 1\}$ e percorsa in modo tale che la sua proiezione sul piano (x, y) sia a sua volta percorsa in senso antiorario.

5. Si risolva l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + y = x \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

6. Si scriva le serie di Fourier della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 2π -periodica, pari, che nell'intervallo $[0, \pi]$ è data da

$$\begin{cases} \sin x + \cos x & 0 < x < \pi/2, \\ 0 & \pi/2 \leq x < \pi \end{cases}$$

Si dica argomentando se la convergenza è uniforme.

7. Si considerino le due serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} (4^n - 2^n)n^2 x^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} x^n$,

Per ciascuna di esse si individuino gli insiemi di convergenza puntuale, uniforme

Punteggi

10 crediti I punteggi sono rispettivamente 7, 3, 4, 5, 3, 7, 7

5 crediti prima parte (ex Analisi III) I punteggi sono rispettivamente 9, 8, 8, 9

5 crediti seconda parte (ex Analisi IV) I punteggi sono rispettivamente 8, 13, 13