

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA" — FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Corso di Ingegneria Online, A.A.2010–2011

Analisi Matematica II — Prova scritta del 22.02.2011

Per l'esame da 10 crediti: svolgere tutti gli esercizi tranne il numero 5 (tempo 180 minuti)

Per l'esame da 5 crediti, solo seconda parte (ex analisi IV): svolgere gli esercizi 5,6,7, (tempo 100 minuti)

Per l'esame da 5 crediti, solo prima parte (ex analisi III): svolgere gli esercizi 1,2,3,4 (tempo 100 minuti)

1. Si consideri la funzione  $f(x, y) = x^3 + 2x^2 + x + 2y^3 + 4y^2 + 2y$ .

1.1) Si individuino i punti critici. Successivamente se ne stabilisca la natura.

1.2) Si trovino massimo e minimo assoluti della funzione all'interno del quadrato di lato 4 e centro nell'origine.

2. Usando il teorema delle funzioni implicite si trovi il piano tangente  $z = ax + by + c$  alla funzione definita implicitamente dalla relazione  $x^2 + x + z^{\ln y} = 1$  nel punto  $(-1, e, 1)$

3. Per ciascuna delle seguenti funzioni si dica se ammette limite  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$   $f_1 = \frac{e^{\sin(xy)} - 1}{|x|}$ ,  $f_2 = \frac{\tan(x+y)}{|x| + |y|}$ ,  $f_3 = \frac{xy}{e^{xy} - 1}$

4. Si valuti l'integrale doppio della funzione  $f(x, y) = \cosh(x + y)$  esteso all'insieme  $S = \{(x, y) : 1 \leq |x| + |y| \leq 2\}$

5. Si risolva l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y''' - y'' + 2y = 0 \\ y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = 1 \end{cases}$$

6. Si risolva l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y'' - y = \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases}$$

Si calcoli inoltre  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}y(x)$

7. Si considerino le tre successioni di funzioni  $f_n(x) = \frac{x}{n}$ ,  $g_n(x) = \frac{x}{n + |x|}$ ,  $h_n(x) = \frac{x}{x^2 + n}$

7.1) Per ciascuna di esse si individuino gli insiemi di convergenza puntuale.

7.2) Si dica argomentando per quale  $n \in \mathbb{N}$  ciascuna delle precedenti successioni converge uniformemente nell'insieme  $[-n, n]$

7.3) Si dica argomentando se esiste almeno un insieme illimitato (eventualmente diverso per ciascuna delle funzioni) in cui la convergenza è uniforme.

### **Punteggi**

**10 crediti** Es.1)–7, Es.2)–5, Es.3)–5, Es.4)–6, Es.6)–7, Es.7)–6

**5 crediti prima parte (ex Analisi III)** Es.1)–11, Es.2)–7, Es.3)–7, Es.4)–11

**5 crediti seconda parte (ex Analisi IV)** Es.5)–14 Es.6)–14 Es.7)–8