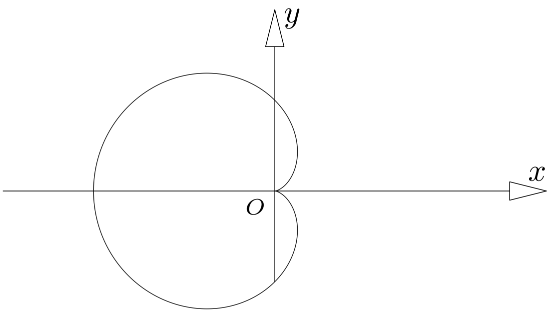
Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, Università degli Studi di Roma "Tor Vergata", facoltà di Ingegneria

Analisi II per Ingegneria Elettronica&Internet, Informatica (frontale e online)
27–02–2021 A.A. 2020/2021, Secondo appello

Nome(Stampatello) **Cognome**(Stampatello) **Matricola**

Le risposte vanno motivate. Se immotivate, ancorché esatte, non verranno prese in considerazione. I calcoli vanno scritti in maniera esaustiva. Ad esempio il calcolo di un integrale o la risoluzione di una equazione differenziale vanno esplicitate passo per passo e non basta scrivere la soluzione

1.1) (7.5 punti) Sia dato il cardioide di equazione $x^2 + y^2 = \sqrt{x^2 + y^2} - x$

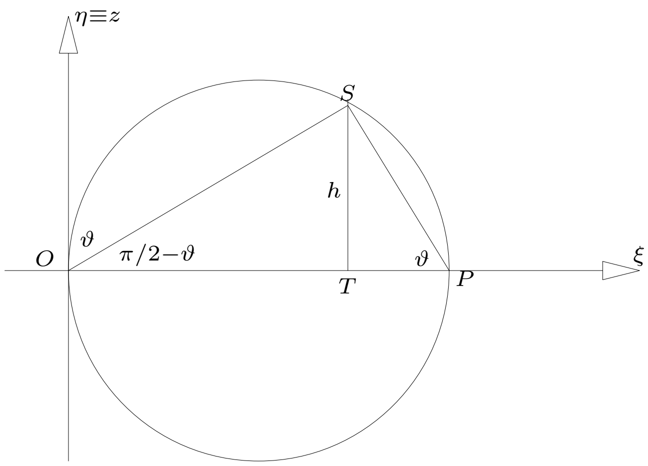


sul piano (x, y) nello spazio (x, y, z) e sia P un punto su di esso. Si consideri il segmento $\overline{OP}$ dove O è l'origine delle coordinate e sia $C_{\overline{OP}}$ la circonferenza che ha diametro $\overline{OP}$ e che giace sul piano individuato dal segmento $\overline{OP}$ e dall'asse z. Al variare del punto P sul cardioide l'insieme delle circonferenze individuano un insieme V. Se ne calcoli il volume $|V|$ (Parametrizzare P con le coordinate polari sferiche e poi ci vuole un teorema di geometria elementare. Oppure si può integrare per fili ma ci vuole sempre un teorema di geometria elementare diverso dal precedente)

1.2) (7.5 punti) Calcolare l'area della superficie che racchiude V (Avvertimento–suggerimento: i calcoli sono lunghi. Consiglio di lasciare per ultimo tale punto). La quantità da integrare è $\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2} = \|\underline{\varphi}_u \wedge \underline{\varphi}_v\| = \sqrt{2(1 - \cos\varphi)^3 \sin^4\vartheta}$ ma chiaramente **non** si è autorizzati a utilizzare direttamente tale informazione. Bisogna ricavarla)

Soluzione

1) In coordinate polari piane (r, φ) il cardioide $x^2+y^2 = \sqrt{x^2 + y^2}-x$ diventa $r^2 = r(1-\cos\varphi)$ e $\underline{\gamma}(\varphi) = (\gamma_1(\varphi), \gamma_2(\varphi)) = ((1 - \cos\varphi)\cos\varphi, (1 - \cos\varphi)\sin\varphi)$. In coordinate polari sferiche il punto P è descritto da $x(\rho, \vartheta, \varphi) = \rho\sin\vartheta\cos\varphi$, $y(\rho, \vartheta, \varphi) = \rho\sin\vartheta\sin\varphi$, $z(\rho, \vartheta, \varphi) = \rho\cos\vartheta$ e $|\overline{OS}| = \rho = (1 - \cos\varphi)\sin\vartheta$. La φ è la stessa della descrizione del cardioide



Il piano (ξ,η) è quello individuato dal segmento OS e dall'asse z. $\overline{OP}=1-\cos\varphi$, S sta sul cardioide. Il triangolo è rettangolo in S (teorema elementare di geometria)

Quindi le coordinate della superficie dell'insieme V è $0\le\vartheta\le\pi$, $0\le\varphi\le 2\pi$

$$x(\vartheta,\varphi)=(1-\cos\varphi)\sin^2\vartheta\cos\varphi,\ y(\vartheta,\varphi)=(1-\cos\varphi)\sin^2\vartheta\sin\varphi,\ z(\vartheta,\varphi)=(1-\cos\varphi)\sin\vartheta\cos\vartheta,$$

1.1) Il volume invece è descritto da

$$x(\rho,\vartheta,\varphi)=\rho\sin\vartheta\cos\varphi,\quad y(\rho,\vartheta,\varphi)=\rho\sin\vartheta\sin\varphi,\quad z(\rho,\vartheta,\varphi)=\rho\cos\vartheta,\qquad 0\le\rho\le(1-\cos\varphi)\sin\vartheta$$

$$|V|=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}d\vartheta\sin\vartheta\int_0^{(1-\cos\varphi)\sin\vartheta}r^2dr=\frac{1}{3}\int_0^{2\pi}(1-\cos\varphi)^3d\varphi\int_0^{\pi}d\vartheta\sin^4\vartheta=\frac{1}{3}5\pi\frac{3\pi}{8}=\frac{5\pi^2}{8}$$

Il volume si può calcolare pure per fili. In questo caso si usa "in un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale fra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa" per cui $h=\sqrt{\overline{OT}\cdot\overline{TP}}$ e quindi

$$|V|=2\int_0^{2\pi}\int_0^{1-\cos\varphi}r\sqrt{r(1-cos\varphi-r)}drd\varphi\underbrace{=}_{r=(1-\cos\varphi)\xi}2\int_0^{2\pi}d\varphi(1-\cos\varphi)^3\int_0^1\xi^{\frac{3}{2}}\sqrt{1-\xi}d\xi=\frac{5\pi^2}{8}$$

1.2) Calcolo della superficie ($c_\varphi\doteq\cos\varphi$, $s_\varphi\doteq\sin\varphi$, $c_\vartheta\doteq\cos\vartheta$, $s_\vartheta\doteq\sin\vartheta$)

$$\begin{aligned}&x_\vartheta=2(1-\cos\varphi)\sin\vartheta\cos\vartheta\cos\varphi,\quad x_\varphi=\sin^2\vartheta\sin\varphi(2\cos\varphi-1),\\&y_\vartheta=2(1-\cos\varphi)\sin\vartheta\cos\vartheta\sin\varphi,\quad y_\varphi=-\sin^2\vartheta(2\cos^2\varphi-\cos\varphi-1)\\&z_\vartheta=2\cos^2\vartheta-2\cos^2\vartheta\cos\varphi+\cos\varphi-1,\quad z_\varphi=\sin\vartheta\cos\vartheta\sin\varphi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&x_\vartheta y_\varphi-x_\varphi y_\vartheta=2(1-c_\varphi)s_\vartheta c_\vartheta c_\varphi(-1)s_\vartheta^2(2c_\varphi^2-c_\varphi-1)-s_\vartheta^2s_\varphi(2c_\varphi-1)2(1-c_\varphi)s_\vartheta c_\vartheta s_\varphi=\\&=-2(1-c_\varphi)s_\vartheta^3c_\vartheta(2c_\varphi^3-c_\varphi^2-c_\varphi+(1-c_\varphi^2)(2c_\varphi-1))=2(1-c_\varphi)^2s_\vartheta^3c_\vartheta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&x_\vartheta z_\varphi-x_\varphi z_\vartheta=2(1-c_\varphi)s_\vartheta c_\vartheta c_\varphi s_\vartheta c_\vartheta s_\varphi-s_\vartheta^2s_\varphi(2c_\varphi-1)\left(2c_\vartheta^2-2c_\vartheta^2c_\varphi+c_\varphi-1\right)=\\&=s_\vartheta^2s_\varphi\left(2(1-c_\varphi)c_\vartheta^2c_\varphi-(2c_\varphi-1)(2c_\vartheta^2-2c_\vartheta^2c_\varphi+c_\varphi-1\right)=\\&=s_\vartheta^2s_\varphi(2c_\vartheta^2c_\varphi^2-4c_\vartheta^2c_\varphi-2c_\varphi^2+2c_\varphi+2c_\vartheta^2+c_\varphi-1)=\\&=s_\vartheta^2s_\varphi(c_\varphi-1)(2c_\vartheta^2(c_\varphi-1)-2c_\varphi+1)=s_\vartheta^2s_\varphi(c_\varphi-1)(1-2c_\vartheta^2-2c_\varphi s_\vartheta^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&y_\vartheta z_\varphi-y_\varphi z_\vartheta=2(1-c_\varphi)s_\vartheta^2c_\vartheta^2s_\varphi^2+s_\vartheta^2(2c_\varphi^2-c_\varphi-1)(2c_\vartheta^2-2c_\vartheta^2c_\varphi+c_\varphi-1)=\\&=(1-c_\varphi)s_\vartheta^2\left((2c_\vartheta^2s_\varphi^2+(2c_\varphi^2-c_\varphi-1)(2c_\vartheta^2-1)\right)=\\&=(1-c_\varphi)s_\vartheta^2(1-c_\varphi)(1+2c_\varphi-2c_\vartheta^2c_\varphi)=(1-c_\varphi)^2s_\vartheta^2(1+2c_\varphi-2c_\vartheta^2c_\varphi)=(1-c_\varphi)^2s_\vartheta^2(1+2c_\varphi s_\vartheta^2)\end{aligned}$$

Ora dobbiamo calcolare

$$4(1-c_\varphi)^4 s_\vartheta^6 c_\vartheta^2 + s_\vartheta^4 s_\varphi^2 (c_\varphi - 1)^2(-2s_\vartheta^2 c_\varphi - 2c_\vartheta^2 + 1)^2 + (1-c_\varphi)^4 s_\vartheta^4 (1+2c_\varphi - 2c_\vartheta^2 c_\varphi)^2 =$$
$$= 4(1-c_\varphi)^4 s_\vartheta^6 c_\vartheta^2 + s_\vartheta^4 (1-c_\varphi^2)(c_\varphi - 1)^2(-2s_\vartheta^2 c_\varphi - 2c_\vartheta^2 + 1)^2 + (1-c_\varphi)^4 s_\vartheta^4 (1+2c_\varphi s_\vartheta^2)^2 =$$
$$= (1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 \Big[4(1-c_\varphi) s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 + (1+c_\varphi)(-2s_\vartheta^2 c_\varphi - 2c_\vartheta^2 + 1)^2 + (1-c_\varphi)(1+2c_\varphi s_\vartheta^2)^2\Big] =$$
$$= (1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 \Big[4(1-c_\varphi) s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 + (1+c_\varphi)(4s_\vartheta^4 c_\varphi^2 + 4c_\vartheta^4 + 1 + 8s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 c_\varphi - 4s_\vartheta^2 c_\varphi - 4c_\vartheta^2) +$$
$$+ (1-c_\varphi)(1+4c_\varphi^2 s_\vartheta^4 + 4c_\varphi s_\vartheta^2)\Big] =$$
$$= (1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 \Big[4(1-c_\varphi) s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 + (1+c_\varphi)(4s_\vartheta^4 c_\varphi^2 + 1 + 8s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 c_\varphi - 4s_\vartheta^2 c_\varphi - 4c_\vartheta^2 s_\vartheta^2) +$$
$$+ (1-c_\varphi)(1+4c_\varphi^2 s_\vartheta^4 + 4c_\varphi s_\vartheta^2)\Big] =$$
$$= (1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 \Big[4s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 - 4s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 c_\varphi + 4s_\vartheta^4 c_\varphi^2 + 1 + 8s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 c_\varphi - 4s_\vartheta^2 c_\varphi - 4c_\vartheta^2 s_\vartheta^2 + 4s_\vartheta^4 c_\varphi^3 + c_\varphi + 4s_\vartheta^4 c_\varphi^3 +$$
$$+ c_\varphi + 8s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 c_\varphi^2 - 4s_\vartheta^2 c_\varphi^2 - 4c_\vartheta^2 s_\vartheta^2 c_\varphi + 1 + 4c_\varphi^2 s_\vartheta^4 + 4c_\varphi s_\vartheta^2 - c_\varphi - 4c_\varphi^3 s_\vartheta^4 - 4c_\varphi^2 s_\vartheta^2\Big] =$$
$$= (1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 (4s_\vartheta^4 c_\varphi^2 + 1 + 8s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 c_\varphi^2 - 4s_\vartheta^2 c_\varphi^2 + 1 + 4c_\varphi^2 s_\vartheta^4 - 4c_\varphi^2 s_\vartheta^2) =$$
$$= (1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 (8s_\vartheta^4 c_\varphi^2 + 8s_\vartheta^2 c_\vartheta^2 c_\varphi^2 - 8s_\vartheta^2 c_\varphi^2 + 2) = (1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 (8s_\vartheta^4 c_\varphi^2 + 8s_\vartheta^2 c_\varphi^2(-s_\vartheta^2) + 2)) =$$
$$= 2(1-c_\varphi)^3 s_\vartheta^4 = 2\cdot 8 \sin^6\frac{\varphi}{2}\sin^4\vartheta \ \to\ 4\int_0^\pi d\vartheta \sin^2\vartheta \int_0^{2\pi} \sin^3\frac{\varphi}{2} = \frac{16\pi}{3}$$

2) (7.5 punti) Si risolva la seguente equazione differenziale

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = Ax\displaystyle\int_0^t \cos(\lambda\tau)\cos(\mu t - \mu\tau)d\tau \quad \lambda,\mu,\omega,A,B,C\in\mathbf{R}, \quad \lambda\neq\mu, \quad x,t>0 \\ u(x,0) = Bx, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u_x(0,t) = C\cos(\omega t), \end{cases}$$

porre attenzione alla presenza dei fattori $H(t-x/a)$. Dimenticarli è un grave errore. Per trovare la soluzione della non omogenea per l'equazione in $v(x,p)$ sconsiglio vivamente di ricorrere alla trasformata di Laplace. Basta guardare il termine non omogeneo per farsi un'idea della soluzione

2) $v(x,p) = \mathcal{L}u(x,t)$ e otteniamo $a^2 v_{xx} - p^2 v = -pxB - \dfrac{xp^2 A}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)}$, $v_x(0,p) = \dfrac{pC}{p^2+\omega^2}$

Il termine “forzante” è il prodotto di convoluzione di due funzioni. Si poteva calcolare l'integrale e poi fare la trasformata di Laplace ma è chiaramente più dispendioso e foriero di errori.

Proviamo la soluzione della non omogenea ξx e otteniamo

$$-p^2\xi x = -pxB - \frac{xp^2 A}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)} \implies \xi = \frac{B}{p} + \frac{A}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)}$$

e quindi

$$v(x,p) = \alpha e^{\frac{-px}{a}} + \frac{Bx}{p} + \frac{Ax}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)} \qquad v_x(0,p) = \frac{-p\alpha}{a} + \frac{B}{p} + \frac{A}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)} = \frac{Cp}{p^2+\omega^2}$$

e

$$v(x,p) = e^{-px/a}\left[\frac{aB}{p^2} + \frac{aA}{p(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)} - \frac{aC}{p^2+\omega^2}\right] + \frac{Bx}{p} + \frac{Ax}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)}$$

$$\frac{1}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)}=\frac{1}{\mu^2-\lambda^2}\left(\frac{1}{p^2+\lambda^2}-\frac{1}{p^2+\mu^2}\right),\ \frac{1}{p}\frac{1}{p^2+s^2}=\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2+s^2}\right)\frac{1}{s^2}$$

$$v(x,p)=e^{-px/a}\left[\frac{aB}{p^2}+\frac{aA}{\mu^2-\lambda^2}\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2+\lambda^2}\right)\frac{1}{\lambda^2}-\frac{aA}{\mu^2-\lambda^2}\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2+\mu^2}\right)\frac{1}{\mu^2}-\frac{aC}{p^2+\omega^2}\right]+$$
$$+\frac{Bx}{p}+\frac{Ax}{(p^2+\lambda^2)(p^2+\mu^2)}$$

Sia $\hat t\doteq t-x/a$. La soluzione è

$$u(x,t)=H(\hat t)\left[aB\hat t+\frac{aA}{\lambda^2(\mu^2-\lambda^2)}-\frac{aA\cos(\lambda\hat t)}{\lambda^2(\mu^2-\lambda^2)}-\frac{aA}{\mu^2(\mu^2-\lambda^2)}+\frac{aA\cos(\mu\hat t)}{\mu^2(\mu^2-\lambda^2)}-\frac{aC}{\omega}\sin(\omega\hat t)\right]+$$
$$+BxH(t)+H(t)\frac{Ax}{\mu^2-\lambda^2}\left(\frac{\sin\lambda t}{\lambda}-\frac{\sin\mu t}{\mu}\right)$$

Un errore frequente e grave è stato riconoscere la convoluzione e scrivere

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t\cos(\lambda\tau)\cos(\mu t-\mu\tau)d\tau\right]=\mathcal{L}(\cos(\lambda\tau))\cdot\mathcal{L}(\cos(\mu t-\mu\tau)))$$

col risultato di rimanere con una funzione di t o di τ; una cosa senza senso.

Un altro errore è stato usare $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right]=\frac{\mathcal{L}(f(\tau))}{p}$ che comporta

$$\mathcal{L}(f(\tau))=\mathcal{L}(F'(\tau))=p\mathcal{L}(F(\tau))-F(0)=p\mathcal{L}(F(\tau))\implies\mathcal{L}(F(\tau))=\mathcal{L}(f(\tau))/p$$

Nel nostro caso $f(\tau)$ dovrebbe essere $\cos(\lambda\tau)\cos(\mu t-\mu\tau)$ e di nuovo, una volta effettuata la trasformata di Laplace, si rimane con la variabile τ oppure t.

3) (7.5 punti) Calcolare $\displaystyle\oint_{|z|=\sqrt2}\frac{\mathrm{Re}(z^2)dz}{z^4-\sqrt2 z^2+1}$

Che non venga in mente di scrivere che l'integrale è $2\pi i$ moltiplicato per i residui della funzione $z^2/(z^4-\sqrt2z^2+1)$!

3) $z=\sqrt2e^{it}$, $z^2=2e^{i2t}$, $\mathrm{Re}(z^2)=2\cos(2t)=e^{i2t}+e^{-2it}$. L'integrale diventa

$$\int_0^{2\pi}\frac{e^{2it}+e^{-2it}}{4e^{i4t}-2\sqrt2e^{2it}+1}\sqrt2ie^{it}dt=\int_0^{\pi}\frac{i\sqrt2(e^{2it}+e^{-2it})}{4e^{i4t}-2\sqrt2e^{2it}+1}e^{it}dt+\int_\pi^{2\pi}\frac{i\sqrt2(e^{2it}+e^{-2it})}{4e^{i4t}-2\sqrt2e^{2it}+1}e^{it}dt$$

$$\int_\pi^{2\pi}\frac{i\sqrt2(e^{2it}+e^{-2it})}{4e^{i4t}-2\sqrt2e^{2it}+1}e^{it}dt\underbrace{=}_{y=t-\pi}\int_0^{\pi}\frac{i\sqrt2(e^{2iy}+e^{-2iy})}{4e^{i4y}-2\sqrt2e^{2iy}+1}(-e^{iy})dy$$

per cui la somma fa zero.

Oppure si può procedere

$$\int_0^{2\pi}\frac{e^{2it}+e^{-2it}}{4e^{i4t}-2\sqrt2e^{2it}+1}\sqrt2ie^{it}dt\underbrace{=}_{e^{it}=w}\sqrt2\oint_{|w|=1}\frac{(1+w^4)dw}{w^2(4w^4-2\sqrt2w^2+1)}$$

Applichiamo il Teorema dei residui. $4w^4-2\sqrt2w^2+1=0$ per w_1,w_2,w_3,w_4 che sono $w_1=\frac{e^{i\pi/8}}{\sqrt2}$, $w_2=\frac{-e^{i\pi/8}}{\sqrt2}$, $w_3=\frac{e^{-i\pi/8}}{\sqrt2}$, $w_4=\frac{-e^{-i\pi/8}}{\sqrt2}$.

$w^2 = \dfrac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2-4}}{4} = \dfrac{2}{4}\dfrac{1 \pm i}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} e^{\frac{\pm i\pi}{4}}$

Il residuo in $w = 0$ vale zero.

residuo in $w = w_1, w_2, w_3, w_4$ rispettivamente

$$\frac{1+\frac{i}{4}}{\frac{1}{2}e^{\frac{i\pi}{4}}\left(\frac{16}{2\sqrt{2}}e^{\frac{3i\pi}{8}} - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{\frac{i\pi}{8}}\right)}, \qquad \frac{1+\frac{i}{4}}{\frac{1}{2}e^{\frac{i\pi}{4}}\left(\frac{-16}{2\sqrt{2}}e^{\frac{3i\pi}{8}} + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{\frac{i\pi}{8}}\right)},$$
$$\frac{1+\frac{-i}{4}}{\frac{1}{2}e^{\frac{-i\pi}{4}}\left(\frac{16}{2\sqrt{2}}e^{\frac{-3i\pi}{8}} - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{\frac{-i\pi}{8}}\right)}, \qquad \frac{1+\frac{-i}{4}}{\frac{1}{2}e^{\frac{-i\pi}{4}}\left(\frac{-16}{2\sqrt{2}}e^{\frac{-3i\pi}{8}} + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{\frac{-i\pi}{8}}\right)}$$

La somma è 0

Si può anche scrivere (gli zeri del denominatore hanno modulo 0 oppure $1/\sqrt{2}$)

$$\oint_{|w|=1} \frac{(1+w^4)dw}{w^2(4w^4 - 2\sqrt{2}w^2 + 1)} = -2\pi i \mathrm{Res} f(w = \infty) = 0$$

(verificare)

4) (7.5) Sia data la forma differenziale

$\omega = \dfrac{xy^2(2-xy^2)}{(-1+xy^2)^2}dx + \dfrac{x(2y+1-2xy^2+x^2y^4)}{(-1+xy^2)^2}dy$. Calcolare $\displaystyle\int_{\underline{\gamma}} \omega$ dove $\underline{\gamma}(t) = (t, \cos t)$, $0 \le t \le \pi/6$.

Mostrare che l'integrale curvilineo è ben definito fa parte dell'esercizio

4) La prima cosa da mostrare è che la curva su cui integrare non incontra mai il grafico della funzione $y = 1/\sqrt{x}$ altrimenti l'integrale non è definito. A causa di un errore di battitura la forma differenziale scritta è diversa da quella pensata e l'integrale curvilineo non è calcolabile e nella correzione ne ho tenuto conto.

La matricola 0269878 risolva i seguenti esercizi (consegna entro le ore 12:30 sul canale Teams con le stesse regole più in basso tranne l'orario)

1) (15 punti) Sia data la serie di funzioni $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \arctan\frac{x}{k^2}$. 1) Si trovi l'insieme di convergenza puntuale della serie 2) Se esiste si definisca un intervallo $[a,b]$ di convergenza uniforme 3) Si dica se esiste un valore di A tale che la serie converge uniformemente nell'intervallo $[A, +\infty)$.

2) (15 punti) L'equazione $xy\cos(xy) + yz\cos(yz) + zx\cos(zx) - y = 0$ definisce nell'intorno del punto $(x,y,z) = (0,0,0)$ una funzione $y = g(x,z)$. 1) Dimostrare che $(x,z) = (0,0)$ è un punto critico per $g(x,z)$ 2) Stabilire la natura del punto critico

regole per la consegna

1) UN SOLO file (pdf o jpeg o jpg) 2) Controllare che le pagine non siano sfocate 3) Controllare che le pagine non siano ruotate le une rispetto alle altre 4) Scrivere in modo leggibile

2) Per unire più file esistono dei programmi online

3) **Il file va postato sul team dal codice 738pyd7 nella sezione "File" tra le 15:30 e le 16:00, né prima né dopo**

4) Mi riservo la facoltà di convocare per la prova orale quegli studenti i cui compiti dovessero risultare troppo simili fra loro o poco convincenti

5) Il vostro file deve essere così nominato: **cognome-nome-27-02-2021-Elettronica(o Internet o Informatica)**