Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 23/09/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Semplificare l'espressione

$$\frac{a^{\frac{1}{2x}}-1}{1-a^{\frac{1}{x}}}$$

in modo tale che o a numeratore o a denominatore compare solo 1, e all'altro termine compare somma di termini del tipo $ca^{u(x)}$.
b) Determinare i numeri complessi z (scrivendone parte reale e parte immaginaria) che soddisfano $\dfrac{z}{\frac{1}{z+i}+\frac{1}{z-1}}=z^2$.

2)
a) Determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza della funzione f definita da $f(x)=x^4e^{\frac{1}{x^2-2}}$.
b) Provare che esistono due soluzioni x_1 e x_2 dell'equazione $\sin(x)=\sin(x^2)$ che soddisfano $x_1<x_2<x_1+\frac{1}{10^{48}}$.

3) a) Calcolare, se esistono, al variare di $a\in\mathbf{R}$, i limiti di successione

$$\lim_{n\to+\infty} n^a\sqrt{n}-(3n^2+1)^e\,n^4,$$

$$\lim_{n\to+\infty} n^{15}\Big(\sin\big(\frac{1}{n^5}\big)-\frac{1}{n^a}\Big).$$

b) Calcolare, al variare di $a\in\mathbf{R}$, il limite di funzioni

$$\lim_{x\to0^+} x^a\Big(\ln\big(\sin(x)\big)-\ln(x)\Big).$$

4) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int\left(\left(\arctan(x)+\frac{x}{1+x^2}\right)\ln(x)+\frac{\cos(x)}{\sin^2(x)+5}\right)dx.$$

5) Sia g una funzione continua e strettamente crescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$.
a) Dire se, quando $g(x_n)\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}l$, $g(x'_n)\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}l$, si ha sempre allora $x_n-x'_n\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}0$.
b) Dire se, quando $g(x_n)\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}+\infty$, si ha sempre allora $x_n\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}+\infty$.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 23/09/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Semplificare l'espressione

$$\frac{a^{\frac{1}{x}}-1}{1-a^{\frac{1}{2x}}}$$

in modo tale che o a numeratore o a denominatore compare solo 1, e all'altro termine compare somma di termini del tipo $ca^{u(x)}$.
b) Determinare i numeri complessi z (scrivendone parte reale e parte immaginaria) che soddisfano $\dfrac{z}{\frac{1}{z+i}+\frac{1}{z-2}}=z^2$.

2) a) Determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza della funzione f definita da $f(x)=x^4e^{\frac{1}{x^2-3}}$.
b) Provare che esistono due soluzioni x_1 e x_2 dell'equazione $\sin(x)=\sin(x^2)$ che soddisfano $x_1<x_2<x_1+\frac{1}{10^{48}}$.

3) a) Calcolare, se esistono, al variare di $a\in\mathbf{R}$, i limiti di successione

$$\lim_{n\to+\infty} n^a\sqrt{n}-(3n^2+1)^\pi\, n^6,$$

$$\lim_{n\to+\infty} n^{15}\Big(\sin\big(\frac{1}{n^5}\big)-\frac{1}{n^a}\Big).$$

b) Calcolare, al variare di $a\in\mathbf{R}$, il limite di funzioni

$$\lim_{x\to0^+} x^a\Big(\ln(x)-\ln\big(\sin(x)\big)\Big).$$

4) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int\left(\left(\arctan(x)+\frac{x}{1+x^2}\right)\ln(x)+\frac{\sin(x)}{\cos^2(x)-5}\right)dx.$$

5) Sia g una funzione continua e strettamente crescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$.
a) Dire se, quando $g(x_n)\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} l$, $g(x'_n)\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} l$, si ha sempre allora $x_n-x'_n\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}0$.
b) Dire se, quando $g(x_n)\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}+\infty$, si ha sempre allora $x_n\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}+\infty$.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 09/09/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare un polinomio P e una costante c tali che si abbia

$$\frac{3^{x^x}}{9^x} = \left(3^x\right)^{x^{P(x)}+c}$$

per ogni $x > 0$.
b) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\left(\frac{1}{1+\frac{1}{z}}\right)^4 = 2$.

2) Sia data la funzione $f_a(x) = \ln(5^x - 2) + ax$.
a) Per $a = -3$, determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza di f_a.
b) Dire se esistono a negativi per cui f_a è strettamente crescente nel suo insieme di definizione
c) Calcolare il limite $\lim\limits_{x\to+\infty} f_a(x)$ al variare di $a \in \mathbf{R}$.

3) a) Calcolare, se esistono, al variare di $a \in \mathbf{R}$, i limiti di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^a}{(n^2+1)^2 - (n^2+\sqrt{n})^2},$$

$$\lim_{n\to+\infty} n^a \sin(\frac{\pi n}{5}).$$

4) a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\frac{x}{\frac{(e^x+1)^2}{e^x}} + \frac{x^2+1}{(x^3+3x)^8} \right) dx.$$

b) Calcolare, se esiste, $\lim\limits_{x\to+\infty} \arctan\left(\int\limits_1^x \frac{t}{(t+1)^{\sqrt{2}}}\, dt\right)$

5) Sia g una funzione di classe C^1 da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$.
a) Provare che, se g è limitata e $g'(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} l$, allora $l = 0$.
b) Se g' è illimitata, allora g è illimitata?

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 09/09/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare un polinomio P e una costante c tali che si abbia

$$\frac{2^{x^x}}{8^x} = \left(2^x\right)^{x^{P(x)}+c}$$

per ogni $x > 0$.
b) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\left(\frac{1}{1-\frac{1}{z}}\right)^4 = 3$.

2) Sia data la funzione $f_a(x) = \ln(6^x - 4) + ax$.
a) Per $a = -3$, determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza di f_a.
b) Dire se esistono a negativi per cui f_a è strettamente crescente nel suo insieme di definizione
c) Calcolare il limite $\lim_{x\to+\infty} f_a(x)$ al variare di $a \in \mathbf{R}$.

3) a) Calcolare, se esistono, al variare di $a \in \mathbf{R}$, i limiti di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^a}{(n^2+1)^2 - (n^2+\sqrt{n})^2},$$

$$\lim_{n\to+\infty} n^a \sin(\frac{\pi n}{7}).$$

4) a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\frac{x}{\frac{(e^x+1)^2}{e^x}} + \frac{x^2+1}{(x^3+3x)^8} \right) dx.$$

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} \arctan\left(\int_1^x \frac{t}{(t+1)^{\sqrt{2}}}\, dt\right)$

5) Sia g una funzione di classe C^1 da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$.
a) Provare che, se g è limitata e $g'(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} l$, allora $l = 0$.
b) Se g' è illimitata, allora g è limitata?

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 17/07/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare i numeri reali $x > 0$ che soddisfano

$$\frac{\frac{\left(x^2-4x+4\right)^{\sqrt{\pi}}}{x-2}}{(x-2)^2} = 6.$$

b) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\mathcal{R}e(iz) = i\mathcal{R}e(z)$.

2) a) Determinare, se esistono, massimo e minimo assoluto della funzione g definita da $g(x) = 10\sqrt{5x-4-x^2} + x$, nel suo insieme di definizione.
b) Provare che, comunque dato $a > 0$, la disuguaglianza $\arctan(x) < ax^2$ non è valida in tutto l'intervallo $(0, +\infty)$.
c) Dire per quali numeri $\beta > 0$ la disuguaglianza $(\arctan(x))^\beta < 10x^2$ è valida in tutto l'intervallo $(0, 1)$.

3) a) Calcolare, se esistono, i limiti di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n\sqrt[5]{n}\sqrt[3]{n} + n\sqrt{n+2} + 2}{n^2+5}, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{n\sqrt[5]{n}\sqrt[3]{n} + n\sqrt{n} + 2}{n^a + n^{2-a}}, \ a \in \mathbf{R}.$$

b) Calcolare, se esiste, il limite di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n}.$$

4) a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\ln(e^x+1)e^{5x} + \frac{5}{x^2-2} \right) dx.$$

b) Dire per quali $a > 0$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^3+2)^a}\, dx.$$

5) a) Provare che se u è una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che la funzione v definita da $v(x) = 17(u(x))^3 - 9$ è una funzione continua, allora anche u è continua.
b) Determinare $d \in \mathbf{R}$ tale che, se u è una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che la funzione w definita da $w(x) = (u(x))^3 - (u(x))^2 + du(x)$ è una funzione continua, allora anche u è continua.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 17/07/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare i numeri reali $x > 0$ che soddisfano

$$\frac{\frac{x-3}{\left(x^2-6x+9\right)^{8e}}}{(x-3)^3} = 8.$$

b) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\mathcal{I}m(iz) = i\mathcal{I}m(z)$.

2) a) Determinare, se esistono, massimo e minimo assoluto della funzione g definita da $g(x) = x - 12\sqrt{7x - 10 - x^2}$, nel suo insieme di definizione.
b) Provare che, comunque dato $a > 0$, la disuguaglianza $\ln(x+1) < ax^4$ non è valida in tutto l'intervallo $(0, +\infty)$.
c) Dire per quali numeri $\beta > 0$ la disuguaglianza $(\ln(x+1))^\beta < 16x^4$ è valida in tutto l'intervallo $(0, 1)$.

3) a) Calcolare, se esistono, i limiti di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4n^2+1}{n\sqrt[7]{n}\sqrt[3]{n} + n\sqrt{n+8}}, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{n^a + n^{2-a}}{n\sqrt[7]{n}\sqrt[3]{n} + n\sqrt{n}}, \ a \in \mathbf{R}.$$

b) Calcolare, se esiste, il limite di successione

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1 + \sin\left(\frac{2}{n}\right) - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n}.$$

4) a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\ln(e^x - 2)e^{4x} + \frac{4}{x^2+2x+2} \right) dx.$$

b) Dire per quali $a > 0$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x^5+3)^a}{x^4}\, dx.$$

5) a) Provare che se u è una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che la funzione v definita da $v(x) = 14(u(x))^5 + 2$ è una funzione continua, allora anche u è continua.
b) Determinare $d \in \mathbf{R}$ tale che, se u è una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che la funzione w definita da $w(x) = (u(x))^3 - 4(u(x))^2 + du(x)$ è una funzione continua, allora anche u è continua.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 03/07/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare i numeri reali $x > 0$ che soddisfano

$$\frac{x^{\frac{9}{4}}}{\frac{1}{\sqrt[4]{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}}\left(\sqrt{3x} + \sqrt[4]{9x}\right) = 7$$

b) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\dfrac{|z|}{z+2i} = z - 2i$.

2) Sia $g(x) = e^{3x}|2x-1|$.
a) Determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza di g.
b) Dire se esiste, e nel caso determinare, un numero reale b tale che l'equazione $g(x) = b$ abbia esattamente due soluzioni.

3) Sia $u_a(x) = \cos\left(\dfrac{x^a}{x^2+1}\right) - \sqrt{1-x}$.
a) Determinare, se esiste, $\lim\limits_{x\to 0^+} u_a(x)$ la variare di $a \in \mathbf{R}$.

b) Determinare, se esiste, $a \in \mathbf{R}$ tale che la funzione $\dfrac{u_a(x)}{x}$ tenda a un numero reale diverso da 0 per $x \to 0^+$.

4) a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \ln(x + x^2 + 2)\, dx.$$

b) Provare che il dominio della funzione v definita da $v(x) = \ln(1 + 6x^{120} + 7x)$ contiene l'intervallo $(-\infty, -1)$.

5) a) Sia f una funzione derivabile da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che nei punti $x \in \mathbf{R}$ che soddisfano $f(x) = 0$ si ha $f'(x) < 0$. Provare che se l'equazione $f(x) = 0$ ha almeno due soluzioni allora esiste un numero $c \neq 0$ tale che anche l'equazione $f(x) = c$ ha almeno due soluzioni.

b) Provare che se h è una funzione continua e limitata da $(0, +\infty)$ in $\mathbf{R}$ tale che non esiste il limite $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)$, allora esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che l'equazione $h(x) = c$ ha infinite soluzioni.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 03/07/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare i numeri reali $x > 0$ che soddisfano

$$\frac{x^{\frac{9}{2}}}{\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[6]{x}}}\left(\sqrt[6]{16x} - \sqrt[3]{4x}\right) = 9$$

b) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\dfrac{|z|}{iz+3} = 3 - iz$.

2) Sia $g(x) = e^{-3x}|3-2x|$.
a) Determinare gli intervalli di crescenza e di decrescenza di g.
b) Dire se esiste, e nel caso determinare, un numero reale b tale che l'equazione $g(x) = b$ abbia esattamente due soluzioni.

3) Sia $u_a(x) = \cos\left(\dfrac{x^a}{x^3+2}\right) - \dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$.
a) Determinare, se esiste, $\lim_{x\to 0^+} u_a(x)$ la variare di $a \in \mathbf{R}$.

b) Determinare, se esiste, $a \in \mathbf{R}$ tale che la funzione $\dfrac{u_a(x)}{x}$ tenda a un numero reale diverso da 0 per $x \to 0^+$.

4) a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \ln(3x + x^2 + 5)\, dx.$$

b) Provare che il dominio della funzione v definita da $v(x) = \ln(1 + 3x^{120} - 4x)$ contiene l'intervallo $(1, +\infty)$.

5) a) Sia f una funzione derivabile da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che nei punti $x \in \mathbf{R}$ che soddisfano $f(x) = 0$ si ha $f'(x) > 0$. Provare che se l'equazione $f(x) = 0$ ha almeno due soluzioni allora esiste un numero $c \neq 0$ tale che anche l'equazione $f(x) = c$ ha almeno due soluzioni.

b) Provare che se h è una funzione continua e limitata da $(-\infty, 0)$ in $\mathbf{R}$ tale che non esiste il limite $\lim_{x\to 0^-} h(x)$, allora esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che l'equazione $h(x) = c$ ha infinite soluzioni.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 20/02/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare i numeri reali x che soddisfano $\sqrt{\frac{1}{4}x-1}+\sqrt{x-4}+\sqrt{2x-8}=3$.

b) Determinare i numeri reali x che soddisfano $\dfrac{\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^{15}}{\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}}=3^{29}$.

2) Sia $f_a(x)=x+\ln\left(a\dfrac{e^{4x}-2}{e^{4x}-5}\right)$.
a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f_1.
b) Dire per quali $a\in\mathbf{R}$ il dominio di f_a contiene un insieme della forma $(-\infty,-b)\cup(b,+\infty)$ con $b>0$. Dire inoltre se per qualcuno di questi a la funzione è pari nel corrispondente intervallo $(-\infty,-b)\cup(b,+\infty)$, nel senso che $f_a(x)=f_a(-x)$ per ogni $x>b$.

3) a) Determinare gli integrali indefiniti

$$\int x^2(x^3-1)^\pi\,dx,\qquad \int x^5(x^3-1)^\pi\,dx$$

b) Dire se sono convergenti i seguenti integrali impropri:

$$\int_3^{+\infty}\frac{1}{(x^2+1)^{10}-x^{20}}\,dx,\qquad \int_3^{+\infty}\frac{1}{\left((x^2+1)^\pi-x^{2\pi}\right)^a}\,dx,\ \text{con } a>0.$$

4) Determinare, al variare di a (e almeno per $a=1$), se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty} n\Big(\big(\ln(n+8)\big)^a-\ln(n+5)\Big).$$

5) Sia f una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$.
a) Provare che la funzione ϕ definita da $\phi(x)=\max\limits_{u\in[x,x+1]}f(u)$ è continua.
b) Data la successione a_n definita da

$$a_n=\max_{\bigcup_{k=0}^{n-1}[\frac{2k}{2n},\frac{2k+1}{2n}]} f.$$

Provare che $a_n\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}\max\limits_{[0,1]}f$.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 20/02/2014

NOME: **COGNOME:**

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome (IN STAMPATELLO).

1) a) Determinare i numeri reali x che soddisfano $\sqrt{1-\frac{1}{3}x}+\sqrt{3-x}+\sqrt{6-2x}=5$.

b) Determinare i numeri reali x che soddisfano $\big(x+\frac{1}{x}-2\big)^{12}\big(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\big)=2^{25}$.

2) Sia $f_a(x)=\ln\Big(a\frac{e^{3x}-4}{e^{3x}-7}\Big)-x$.
a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f_1.
b) Dire per quali $a\in\mathbf{R}$ il dominio di f_a contiene un insieme della forma $(-\infty,-b)\cup(b,+\infty)$ con $b>0$. Dire inoltre se per qualcuno di questi a la funzione è pari nel corrispondente intervallo $(-\infty,-b)\cup(b,+\infty)$, nel senso che $f_a(x)=f_a(-x)$ per ogni $x>b$.

3) a) Determinare gli integrali indefiniti

$$\int x^3(x^4+6)^{\sqrt{7}}\,dx,\qquad \int x^7(x^4+6)^{\sqrt{7}}\,dx$$

b) Dire se sono convergenti i seguenti integrali impropri:

$$\int_2^{+\infty}\frac{1}{(x^4+1)^7-x^{28}}\,dx,\qquad \int_3^{+\infty}\frac{1}{\big((x^4+1)^{\sqrt{7}}-x^{4\sqrt{7}}\big)^a}\,dx,\ \text{con } a>0.$$

4) Determinare, al variare di a (e almeno per $a=1$), se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty} n\Big(\ln(n+7)-\big(\ln(n+4)\big)^a\Big).$$

5) Sia f una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$.
a) Provare che la funzione ϕ definita da $\phi(x)=\min\limits_{u\in[x,x+1]}f(u)$ è continua.
b) Data la successione a_n definita da

$$a_n=\min_{\bigcup_{k=0}^{n-1}[\frac{2k}{2n},\frac{2k+1}{2n}]} f.$$

Provare che $a_n\underset{n\to+\infty}{\longrightarrow}\min\limits_{[0,1]}f$.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 06/02/2014

1) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $(z+i)^2(z-i)^2 = -1$ (scrivendone la parte reale e la parte immaginaria.)

2) Sia $f_a(x) = \dfrac{1}{\frac{1}{e^x-1} - \frac{1}{e^{ax}-1}}$, $0 \neq a \neq 1$.
a) Risolvere l'equazione $f_2(x) = 7$.
b) Determinare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0+} \frac{f_a(x)\big(\ln(1+2x) - 2x\big)}{x^\beta}$, al variare di a, β in $\mathbf{R}$, $0 \neq a \neq 1$.
c) Calcolare, se esiste il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{3n}}{(x^{\sqrt{n}}+1)^{\sqrt{2n}}+1}$, al variare di $x > 0$.

3) Sia g definita da $g(x) = e^x(x^2 - x + 2)^\pi$.
a) Determinare gli eventuali punti di minimo relativo e assoluto di g.
b) Dire se esistono $a > 0$ e n intero positivo tali che $g(x) < ax^n$ per ogni $x > 100$.

4) Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int \arctan(2x)\frac{x^2}{1+4x^2}\,dx$.

5) a) Sia f una funzione C^1 da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $f'(0) > 0$, $f(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 2$, $f(x) \underset{x\to-\infty}{\longrightarrow} 9$. Provare che esiste $x > 0$ tale che $f(x) = f(-x)$.
b) Siano v e w due funzioni da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tali che $v(x) > w(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, e inoltre le funzioni $v + w$ e $v \cdot w$ sono entrambe continue. Provare che v e w sono continue.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 06/02/2014

1) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\left(\frac{1}{5z-i}\right)^2 = 1+i$ (scrivendone la parte reale e la parte immaginaria.)

2) Sia $f_a(x) = \dfrac{\cos^a(x)-1}{\frac{1}{\cos(x)}-1}$.
a) Risolvere l'equazione $f_2(x) = 7$.
b) Determinare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0+} \frac{f_a(x)\big(\sin(2x)-2x\big)}{x^\beta}$, al variare di a, β in $\mathbf{R}$.
c) Calcolare, se esiste il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n^7}{(\sqrt{n}^{\sqrt{x}}+1)^{\sqrt{x}}+1}$, al variare di $x > 0$.

3) Sia g definita da $g(x) = x^2(x^2-2x+6)^{\sqrt{6}}$.
a) Determinare gli eventuali punti di minimo relativo e assoluto di g.
b) Dire se esistono $a > 0$ e n intero positivo tali che $g(x) < ax^n$ per ogni $x > 710$.

4) Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int \frac{t}{t+14}\ln(t+14)\,dt$.

5) a) Sia f una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ che ha un minimo assoluto in $\mathbf{R}$. Provare che esiste $x \in \mathbf{R}$ tale che $f(x) = f(x+1)$.
b) Siano v e w due funzioni da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tali che $v(x) > 0$, $w(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, e inoltre le funzioni $v+w$ e $\frac{v}{w}$ sono entrambe derivabili. Provare che v e w sono derivabili.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 06/02/2014

1) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $(z+2i)^2(z-2i)^2 = -16$ (scrivendone la parte reale e la parte immaginaria.)

2) Sia $f_a(x) = \dfrac{3}{\frac{2}{e^x-1} - \frac{2}{e^{ax}-1}}$, $0 \neq a \neq 1$.
a) Risolvere l'equazione $f_2(x) = 9$.
b) Determinare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0+} \frac{f_a(x)\big(\ln(1+3x) - 3x\big)}{x^\beta}$, al variare di a, β in $\mathbf{R}$, $0 \neq a \neq 1$.
c) Calcolare, se esiste il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{3n}}{(x^{\sqrt{n}}+1)^{\sqrt{2n}}+1}$, al variare di $x > 0$.

3) Sia g definita da $g(x) = e^{3x}(x^2+x+3)^\pi$.
a) Determinare gli eventuali punti di minimo relativo e assoluto di g.
b) Dire se esistono $a > 0$ e n intero positivo tali che $gx) < ax^n$ per ogni $x > 500$.

4) Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int \arctan(3x)\frac{x^2}{1+9x^2}\,dx$.

5) a) Sia f una funzione C^1 da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $f'(0) > 0$, $f(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 2$, $f(x) \underset{x\to-\infty}{\longrightarrow} 9$. Provare che esiste $x > 0$ tale che $f(x) = f(-x)$.
b) Siano v e w due funzioni da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tali che $v(x) > w(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, e inoltre le funzioni $v + w$ e $v \cdot w$ sono entrambe continue. Provare che v e w sono continue.

Scritto di Analisi Matematica 1, Ingegneria, Canale Sb-Z
Anno Accademico 2013/14 06/02/2014

1) Determinare i numeri complessi z che soddisfano $\left(\frac{1}{z+3i}\right)^2 = 1 - i$ (scrivendone la parte reale e la parte immaginaria.)

2) Sia Sia $f_a(x) = \dfrac{\cos^a(2x) - 1}{\frac{1}{\cos(2x)} - 1}$.
a) Risolvere l'equazione $f_2(x) = 9$.
b) Determinare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0+} \frac{f_a(x)\big(\sin(x) - x\big)}{x^\beta}$, al variare di a, β in $\mathbf{R}$..
c) Calcolare, se esiste il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n^7}{(\sqrt{n}^{\sqrt{x}}+1)^{\sqrt{x}}+1}$, al variare di $x > 0$.

3) Sia g definita da $g(x) = x^2(x^2 - 4x + 15)^{\sqrt{6}}$.
a) Determinare gli eventuali punti di minimo relativo e assoluto di g.
b) Dire se esistono $a > 0$ e n intero positivo tali che $g(x) < ax^n$ per ogni $x > 300$.

4) Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int \frac{t}{t+6} \ln(t+6)\, dt$.

5) a) Sia f una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ che ha un massimo assoluto in $\mathbf{R}$. Provare che esiste $x \in \mathbf{R}$ tale che $f(x) = f(x+1)$.
b) Siano v e w due funzioni da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tali che $v(x) > 0$, $w(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, e inoltre le funzioni $v + w$ e $\frac{v}{w}$ sono entrambe derivabili. Provare che v e w sono derivabili.