Programma (dettagliato) del corso di Matematica per Biotecnologie
Anno Accademico 2007/08

Teoria degli insiemi. Insiemi, elementi, appartenenza, sottoinsiemi, insieme vuoto, inclusioni, unioni e intersezioni finite, differenza.

Proprietà dei numeri reali. Definizione assiomatica dei numeri reali. Proprietà della somma, del prodotto, della relazione $\leq$, viste come conseguenze degli assiomi. Insiemi limitati, superiormente limitati, inferiormente limitati. Definizione ed esistenza dell'estremo superiore ed estremo inferiore di insiemi non vuoti di numeri reali. Intervalli, intervalli aperti, chiusi, semiaperti, *estremo superiore ed inferiore di intervalli.* Definizione e prime proprietà del valore assoluto (in particolare disuguaglianza triangolare). Densità dell'insieme dei numeri razionali (cenno). Richiami su soluzioni di equazioni e disequazioni (soprattutto a livello di esercizi). Radice n-esima di un numero reale, distinguendo il caso n pari e n dispari. Principio di induzione e semplici conseguenze, disuguaglianza di Bernoulli. Numeri naturali, interi e razionali. Parte intera. Richiami delle definizioni e proprietà delle potenze ad esponente naturale, intero, razionale, reale. Simboli $+\infty$, $-\infty$, *numeri reali estesi.* Breve cenno ai numeri primi.

Sistemi lineari.*Soluzione dei sistemi di equazioni di primo grado mediante il metodo di eliminazione di Gauss.* Lo studente comunque non è tenuto a risolverli con tale metodo, ma può risolverli con qualunque altro metodo (ad esempio per sostituzione) purché corretto.

Elementi di geometria analitica nel piano. Piano cartesiano. Distanza tra due punti del piano. Rette e circonferenze. Equazione della retta che passa per due punti dati distinti del piano ed equazione della circonferenza di centro dato e raggio dato. Breve cenno a ellisse parabola e iperbole.

Successioni numeriche. Successioni. Definizione di limite (finito o infinito) di una successione. Unicità del limite. *Teorema che afferma che ogni successione convergente è limitata.* Operazioni con i limiti e teoremi di confronto, teorema della permanenza del segno. Forme indeterminate. Limiti di successioni monotone. Numero e. Limiti notevoli.

Sommatorie e Serie Numeriche. Il concetto di sommatoria (finita). Principali proprietà. Calcolo di $\sum_{i=1}^{n} i$ e $\sum_{i=0}^{n} x^i$. Teorema del binomio, cioè calcolo di $(a+b)^n$ quando n è un intero positivo (cenno). Definizioni e prime proprietà delle serie di numeri reali. Relazione tra convergenza della serie e convergenza a 0 del termine generale della successione associata. *Comportamento di una successione e di una serie quando si cambia un numero finito di termini.* Serie geometrica, serie armonica e armonica generalizzata. *Comportamento di una serie moltiplicata per una costante e della somma di due serie.* Serie a termini ≥ 0 e convergenza o divergenza di tali serie, criteri del confronto, del confronto asintotico e del rapporto. Cenno alla relazione tra serie e sviluppo decimale.

Definizioni principali sulle funzioni. Definizione di funzione. Funzioni monotone e strettamente monotone, funzioni limitate, limitate superiormente, limitate inferiormente, massimo, minimo, estremo superiore ed estremo inferiore di funzioni. Dominio di una funzione. Grafici di funzioni. Grafici delle funzioni del tipo $ax + b$ *e del tipo* $x^2 + bx + c$*, interpretazione grafica delle equazioni e disequazioni di secondo grado (cenno).* Grafico delle funzioni x^α e a^x. Grafico della funzione $|x|$. Grafici delle funzioni $f(x) + c$, $f(x + c)$, $cf(x)$, $f(cx)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$ una volta noto il grafico di f. Grafici delle funzioni seno, coseno e tangente.

Limiti di funzioni e continuità. Limiti di funzioni per funzioni definite su un insieme unione di un numero finito di intervalli, (o piú generalmente limiti in punti (finiti o infiniti) estremi di un intervallo contenuto nel dominio della funzione). Caratterizzazione del limite di funzione mediante limiti di successioni, unicità del limite, operazioni con i limiti e teoremi di confronto. Forme inderterminate. Cambio di variabili nei limiti. Limiti destro e sinistro. Limiti notevoli. Limiti di funzioni monotone. Funzioni continue, definizione e caratterizzazione con successioni. *Dipendenza del limite e della continuità di una funzione in un punto dai soli valori della funzione in un intorno di quel punto.* Continuità di somma, prodotto, quoziente e composizione di funzioni continue. Esempi di funzioni continue. Teoremi fondamentali sulle funzioni continue: della permanenza del segno, degli zeri, dei valori intermedi, di Weierstrass. Funzione inversa di una funzione continua e stettamente monotona. Continuità dell'inversa di una funzione continua e strettamente monotona su un intervallo. Logaritmo e arcotangente e relativi grafici.

Calcolo differenziale. Definizione di derivata e sua interpretazione come coefficiente angolare della retta tangente e come velocità. Relazione tra derivabilità e continuità. Derivazione di somma, prodotto, quoziente, composizione e inversa di funzioni. Derivazione delle funzioni elementari. Definizione di estremo relativo. Relazione tra derivata e monotonia di una funzione, tra derivata nulla e funzione costante, tra annullamento della derivata ed estremi relativi. Teoremi di Rolle e di Lagrange. Derivate successive (cenno). Studio del grafico di una funzione mediante il calcolo differenziale (senza l'uso della derivata seconda).

Calcolo integrale. Concetto di integrale come formalizzazione dell'idea di area. Integrale di funzioni continue su un intervallo chiuso, anche con estremi arbitrari (cioè quando il secondo estremo di integrazione può essere minore del primo). Proprietà dell'integrale (linearità, additività rispetto agli estremi di integrazione, crescenza dell'integrale rispetto alla funzione integranda). Teorema fondamentale del calcolo integrale e suo uso per calcolare gli integrali definiti (formula fondamentale del calcolo integrale). Primitive e integrale indefinito. Integrali delle funzioni fondamentali. Integrazione per parti e per sostituzione.

Testo di riferimento, indicato nel seguito con **Gi**
E. Giusti, *Analisi Matematica I, terza edizione interamente riveduta e ampliata*, Bollati Boringhieri, ISBN 88-339-5684-9.
A livello *indicativo* si può fare riferimento per il programma ai seguenti capitoli e paragrafi di **Gi**:
Capitolo 1: 1.1, 1.2, 1.3, 1.7, 1.8.

Capitolo 2: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 (in parte), 2.8, 2.9.
Capitolo 3: 3.4 (solo Prop. 3.1).
Capitolo 4: 4.1, 4.2, 4.4, 4.5, 4.6.
Capitolo 5: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7
Capitolo 6: 6.1 (solo pp. 174, 175, 176), 6.2, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9.
Capitolo 7: 7.1, 7.3, 7.4, 7.5.
Capitolo 8: 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5 (non Teorema di Cauchy).
Capitolo 9: 9.1, 9.2 (solo funzioni continue), 9.3, 9.4, 9.6, 9.7, 9.9.
Capitolo 10: 10.1 (solo prima di Teorema 10.1), 10.4 (solo derivata prima e limiti).
I precedenti paragrafi e capitoli sono detti a livello indicativo nel senso che nei singoli paragrafi non sempre si distingue esattamente la parte in programma e quella non in programma. Si fa riferimento anche al libro
M. Roggero, G. Ferrarese, *Matematica 0*, Casa Editrice Ambrosiana, ISBN 88-408-1112-5 indicato nel seguito con RF, in particolare ai seguenti paragrafi: 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 6.1, 6.2, 6.3, 6.5 (solo pag. 97 per quanto riguarda le formule di addizione e sottrazione e di duplicazione), 7.1, 8.1 (solo p.136), Cap. 5, Cap. 9, par. da 1 a 9 del Cap. 11. NOTA: Gli argomenti di geometria analitica **non** si trovano su **Gi** e devono quindi essere riferiti a MF (in particolare 6.1, 6.2, 7.1, 8.1).
Gli argomenti nei paragrafi sopra di RF sono argomenti che dovrebbero in linea di massima essere noti dalle scuole medie superiori. Possiamo dire che tutto il programma è contenuto nei paragrafi citati sopra o di MS o di RF, ad eccezione di quei pochi argomenti discussi qui nel seguito, e che potrebbe esserci qualche parte dei paragrafi citati sopra che non è stata svolta nel corso e quindi non rientra nel programma. Nel programma si sono indicate in *corsivo* delle parti che non sembrano indicate esplicitamente nei libri, quindi sono in un certo senso facoltative, ma in quanto deducibili dagli argomenti è bene conoscerle anche per le prove scritte. Gli argomenti su cui è scritto *breve cenno* non fanno parte del programma degli scritti e possono solo essere accennati agli orali. Inoltre non sono esplicitamente in programma alcuni argomenti preliminari, che però lo studente dovrebbe conoscere e sono considerati sottointesi e possono essere usati negli esercizi. Questi sono trattati in MF. Si può anche fare riferimento al sito http://www.mat.uniroma2.it/~peirone/lezbiotec00708.html (nella mia pagina web) per vedere le lezioni svolte nel corso di Matematica 0. PER COMODITA' HO MESSO NEL PROGRAMMA LA PARTE DI TEORIA DEGLI INSIEMI E QUALCHE PARTE DI QUELLO CHE RIENTRA IN PROPRIETA' DEI NUMERI REALI (COME LA DEFINIZIONE DI INTERVALLI) CHE A LEZIONE HO SOLO ACCENNATO O FORSE DATO PER CONOSCIUTO. TALI PARTI, SVOLTE COMUNQUE A MATEMATICA ZERO, SONO DA CONOSCERE COME PREMIMINARI AL CORSO. Per quanto riguarda le radici di indice generale (sia pari sia dispari) come riferimento per la definizione e alcune proprietà, si può trovare nella mia pagina web una "finestra" intitolata *Note sulle potenze*, che in questo momento si trova al sito
http://www.mat.uniroma2.it/~peirone/potenze.pdf dove ci sono degli appunti al riguardo.

Una versione piú completa di tali appunti è stata data, a quanto mi è stato riferito, al Focal Point, edificio Sogene, dove potrebbe essere disponibile. Ricordo infine, dato che non si trova sui libri indicati, la definizione di potenza ad esponente reale: se $a > 0$ e b è un numero reale, si definisce $a^b = \lim_{n\to+\infty} a^{b_n}$ ove b_n è una successione di numeri razionali tale che $b_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} b$. In realtà a lezione ho dato una definizione un po' diversa basata sull'estremo superiore e sull'estremo inferiore, ma le due definizioni sono equivalenti e lo studente può scegliere quella che preferisce. Alcune considerazioni sui limiti e sugli integrali, che fanno parte del programma (come l'unicità del limite) non sembrano presenti esplicitamente in **Gi**, e si possono trovare nella mia pagina web al sito http://www.mat.uniroma2.it/˜peirone/note0506.pdf (Notare che sono riferite al 2005/06 ma vanno bene anche per quest'anno). Inoltre per il problema del cambio di variabile nei limiti che in **Gi** non è spiegato nei dettagli si può consultare nella mia pagina web il sito http://www.mat.uniroma2.it/˜peirone/limiti.pdf ove vanno tolti ovviamente i riferimenti a MS, che lí indicava il libro adottato nell'anno in cui avevo fatto quegli appunti, che non è piú adottato quest'anno. Inoltre, se si vuole, lí si può assumere che l'insieme di definizione delle funzioni di cui si fa il limite A abbia la proprietà descritta in http://www.mat.uniroma2.it/˜peirone/note0506.pdf come abbiamo fatto noi quest'anno, che è piú generale dell'ipotesi detta lí (unione di un nummero finito di intervalli) (come fatta quell'anno).

Vediamo esplicitamente alcuni argomenti che *non* sono stati svolti e che quindi non fanno parte del programma: Matrici, formula di Taylor, formule di l'Hopital, criteri per serie con termini di segno variabile, successioni definite per ricorrenza, convessità concavità e flessi, equazioni differenziali.

Nel corso sono state svolte 40 ore di lezione e 36 di esercitazioni.

Il docente del corso: Roberto Peirone