Scritto di Matematica per Biotecnologie, 21/09/2006

NOME: **COGNOME:**

1) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = 3x\cos(x) + x^4 \frac{\ln\left(x^6 + e^{x\sin(x)}\right)}{x^2+1} + 2\,.$$

a) Calcolare $f'(x)$.
b) Trovare una costante c reale tale che il grafico della funzione g definita da $g = f + c$ (ossia $g(x) = f(x) + c$) passi per l'origine.
c) Provare che esiste un numero naturale $\bar{n}$ tale che se n è un numero naturale e $n > \bar{n}$ allora

$$g\Big(\frac{1}{n} + \frac{10}{n^{30}}\Big) < g\Big(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^{29}}\Big)\,.$$

2) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \Big(x\sqrt{e^x}\,(e^x)^3\,e^{5x} + \frac{2x^2+4x+2}{(x+1)^2}\Big)\,dx\,.$$

3) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^7}{6^n n! + n^2}\,.$$

4) Sia α la funzione definita da

$$\alpha(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \le 1 \\ x^2 & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

Risolvere la disequazione

$$\frac{\alpha(x) - 3x}{5^x - 25} \le 0\,.$$

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 17 punti, di cui 3 per la parte b), il secondo esercizio vale 6/7 punti, il terzo vale 4/5 punti, il quarto vale 6 punti. Riteniamo la parte c) del terzo esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Scritto di Matematica per Biotecnologie, 21/09/2006

NOME: COGNOME:

1) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = 5x\cos(x) + x^8 \frac{\ln\left(x^2 + e^{x\sin(x)}\right)}{x^4 + 2} + 6\,.$$

a) Calcolare $f'(x)$.
b) Trovare una costante c reale tale che il grafico della funzione g definita da $g = f + c$ (ossia $g(x) = f(x) + c$) passi per l'origine.
c) Provare che esiste un numero naturale $\bar{n}$ tale che se n è un numero naturale e $n > \bar{n}$ allora

$$g\Big(\frac{1}{n} + \frac{10}{n^{30}}\Big) < g\Big(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^{29}}\Big)\,.$$

2) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(x\sqrt[3]{e^x}\, e^{2x}\,(e^x)^4 + \frac{3x^2 - 6x + 3}{(x-1)^2}\right) dx\,.$$

3) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^8}{5^n n! + n^3}\,.$$

4) Sia α la funzione definita da

$$\alpha(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 1 \\ x^2 & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

Risolvere la disequazione

$$\frac{6^x - 36}{\alpha(x) - 4x} \leq 0\,.$$

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 17 punti, di cui 3 per la parte b), il secondo esercizio vale 6/7 punti, il terzo vale 4/5 punti, il quarto vale 6 punti. Riteniamo la parte c) del terzo esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Scritto di Matematica per Biotecnologie, 20/07/2006

NOME: COGNOME:

Preferenza per orale: **Luglio, Settembre**.

1) a) Calcolare la derivata della funzione f definita da

$$f(x) = x^3 \cos(x)\Big(\sqrt{x^4 - 1000} + x\Big).$$

b) Determinare un intervallo della forma (a, b) con a e b numeri reali e $a < b$, su cui f è negativa.

2) a) Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \frac{(x^2 - 4)(2x^2 - 3)}{x + 2}\, dx.$$

b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(e^{2t} - 4)(2e^{2t} - 3)}{e^t + 2} e^{\frac{3}{2}t}\, dt.$$

3) a) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{\frac{3}{4}}}{n + \sin n} \frac{n}{n^2 + 1}.$$

b) Sapendo che è divergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\ln(n^n)}$$

(fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare), dire per quali α è convergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n}{\ln(n^{n^\alpha})}.$$

4) Determinare i punti della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 9$ che hanno distanza 4 dal punto $(0, 5)$.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 10/11 punti, il secondo esercizio vale 8 punti, il terzo vale 10/11 punti, il quarto vale 4 punti.

Scritto di Matematica per Biotecnologie, 20/07/2006

NOME: COGNOME:

Preferenza per orale: **Luglio, Settembre**.

1) a) Calcolare la derivata della funzione f definita da

$$f(x) = x^5 \sin(x)\Big(\sqrt{x^6 - 2000000} + x\Big) .$$

b) Determinare un intervallo della forma (a, b) con a e b numeri reali e $a < b$, su cui f è negativa.

2) a) Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \frac{(x^2 - 9)(4x^3 + 2)}{x + 3}\, dx .$$

b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(e^{2t} - 9)(4e^{3t} + 2)}{e^t + 3} e^{\frac{5}{4}t}\, dt .$$

3) a) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^{\frac{3}{5}} + 1}\, \frac{n^2}{n^3 + \sin n} .$$

b) Sapendo che è divergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\ln(n^n)}$$

(fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare), dire per quali α è convergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{\ln(n^{n^\alpha})} .$$

4) Determinare i punti della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 25$ che hanno distanza 3 dal punto $(4, 0)$.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 10/11 punti, il secondo esercizio vale 8 punti, il terzo vale 10/11 punti, il quarto vale 4 punti.

Scritto di Matematica per Biotecnologie, 27/06/2006

NOME: **COGNOME:**

1) a) Scrivere la funzione

$$\frac{1}{\frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{15}{2}}-x^{\frac{5}{2}}}}$$

in forma di polinomio.
b) Trovare gli intervalli di crescenza e decrescenza di tale polinomio.
c) Calcolare la derivata e trovare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione f definita da

$$f(x) = (x^4 - 6x^2 + 5)^{19} - (x^4 - 6x^2 + 5)^{10}\,.$$

2) Sia g definita da $\quad g(x) = 4\sqrt{x} + x\sqrt{81 - x^2}$.
a) Determinare il dominio di g.
b) Calcolare l'integrale

$$\int_0^9 g(x)\,dx\,.$$

3) a) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt[10]{n^5}(7^n+1)\left(\sqrt{2}\right)^n}{n!}\,.$$

b) Dire per quali $a > 0$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a^n + n^{11-2a}}\,.$$

4) Determinare gli eventuali punti di intersezione tra la retta passante per i punti $(0, 1)$ e $(1, 0)$ e la parabola di equazione $y = x^2 + 3$.

5) (senza punteggio ufficiale) Semplificare l'espressione

$$\frac{x^4 - 16}{4x^2 - 16}\,.$$

Scritto di Matematica per Biotecnologie, Anno Accad. 2005/06 27/02/2006

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per primo appello o dopo)

1) Siano $a_n = \dfrac{n^{25}+n}{4^n+1}$, $b_n = a_n \dfrac{(\sqrt{17})^n}{(5n+3)^4}$.

a) Dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, e se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$

b) Provare che data una qualunque successione c_n almeno una delle due serie $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} (c_n - \frac{3n}{n+2})$ non è convergente.

2) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \ln\left(2x + \sqrt{x^2+6}\right) \sin\left(\frac{x^2}{x^2+5}\right).$$

a) Calcolare $f'(x)$

b) Dire se esiste un numero reale x tale che $f(x) > 350$.

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(x\sqrt{x}\,\sqrt[9]{x}\ln x + \cos(\cos x)\sin x\right) dx\,.$$

4) Dati i punti $P = (2,5)$ e $Q = (2,14)$ nel piano cartesiano, determinare un punto T sulla retta di equazione $x = 5$ tale che la distanza tra T e P sia uguale alla distanza tra T e Q.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutto il compito vale 35-36 punti. I primi due esercizi valgono 12 punti, il terzo 7-8 punti; il quarto 4 punti. Nei primi due vale di piú la parte a).

Scritto di Matematica per Biotecnologie, Anno Accad. 2005/06 27/02/2006

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per primo appello o dopo)

1) Siano $a_n = \dfrac{6^n + n}{n^{15} + 5}$, $b_n = a_n \dfrac{(3n+8)^4}{(\sqrt{37})^n}$.

a) Dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, e se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$

b) Provare che data una qualunque successione c_n almeno una delle due serie $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} (c_n + \frac{4n^2}{n^2+8})$ non è convergente.

2) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^6+3}\,\sin\left(\frac{2x^3}{3x^3+1}\right)\right).$$

a) Calcolare $f'(x)$

b) Dire se esiste un numero reale x tale che $f(x) > 370$.

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\frac{x^2\sqrt[4]{x}}{\sqrt[5]{x}}\ln x - 5\sin(\sin x)\cos x\right) dx\,.$$

4) Dati i punti $P = (7, 1)$ e $Q = (16, 1)$ nel piano cartesiano, determinare un punto T sulla retta di equazione $y = 6$ tale che la distanza tra T e P sia uguale alla distanza tra T e Q.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutto il compito vale 35-36 punti. I primi due esercizi valgono 12 punti, il terzo 7-8 punti; il quarto 4 punti. Nei primi due vale di piú la parte a).

Scritto di Matematica per Biotecnologie, Anno Accad. 2005/06 27/02/2006

NOME: COGNOME:

Orale (segnare preferenza per primo appello o dopo)

1) Siano $a_n = \dfrac{n^{32}+n}{8^n+1}$, $b_n = a_n \dfrac{(\sqrt{66})^n}{(5n+3)^4}$.

a) Dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, e se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$

b) Provare che data una qualunque successione c_n almeno una delle due serie $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} (c_n - \frac{n^4}{n^4+6})$ non è convergente.

2) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \ln\left(2x^5 + \sqrt{5x+4}\right)\cos\left(\frac{x^5}{2x^5+9}\right).$$

a) Calcolare $f'(x)$

b) Dire se esiste un numero reale x tale che $f(x) > 410$.

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(x\sqrt[4]{x}\,\sqrt[6]{x}\ln x + \sin(\cos x)\sin x\right)dx\,.$$

4) Dati i punti $P = (3, -12)$ e $Q = (3, -7)$ nel piano cartesiano, determinare un punto T sulla retta di equazione $x = 9$ tale che la distanza tra T e P sia uguale alla distanza tra T e Q.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutto il compito vale 35-36 punti. I primi due esercizi valgono 12 punti, il terzo 7-8 punti; il quarto 4 punti. Nei primi due vale di piú la parte a).

Scritto di Matematica per Biotecnologie, Anno Accad. 2005/06 27/02/2006
NOME: COGNOME:

Orale (segnare preferenza per primo appello o dopo)

1) Siano $a_n = \dfrac{7^n + n}{n^{24} + 5}$, $b_n = a_n \dfrac{(4n+5)^3}{\left(\sqrt{51}\right)^n}$.

a) Dire se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, e se converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$

b) Provare che data una qualunque successione c_n almeno una delle due serie $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} (c_n + \frac{n^4}{2n^4+1})$ non è convergente.

2) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \ln\left(x^4 + \sqrt[3]{x^4+9}\,\cos\left(\frac{7x^6}{8x^6+5}\right)\right).$$

a) Calcolare $f'(x)$
b) Dire se esiste un numero reale x tale che $f(x) > 520$.

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\frac{x^5\sqrt[7]{x}}{\sqrt[12]{x}} \ln x - 7\cos(\sin x)\cos x\right) dx\,.$$

4) Dati i punti $P = (-22, 8)$ e $Q = (-17, 8)$ nel piano cartesiano, determinare un punto T sulla retta di equazione $y = 9$ tale che la distanza tra T e P sia uguale alla distanza tra T e Q.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutto il compito vale 35-36 punti. I primi due esercizi valgono 12 punti, il terzo 7-8 punti; il quarto 4 punti. Nei primi due vale di piú la parte a).

Scritto di Matematica per Biotecnologie, 28/01/2006

NOME: COGNOME:

1) a) Trovare il dominio e gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione α definita da $\alpha(x) = \ln(30 - 5x)$.

b) Calcolare la derivata della funzione β definita da

$$\beta(x) = \sqrt{\Big((5 - x^2)^8 - 1\Big)\ \ \alpha(x)}\,.$$

c) Trovare il dominio della funzione γ definita da

$$\gamma(x) = \big(\cos(x)\big) \sqrt{\Big((5 - x^2)^8 - 1\Big)}\ \ \ln(30x^3 - 5x^4)\,.$$

2) Siano f e g definite da $f(x) = x^2 + 2,\qquad g(x) = 8 - x^4$.

a) Disegnare un grafico approssimato di f e di g.

b) Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 g(x)\, dx\,.$$

c) Calcolare l'area della zona A compresa tra il grafico di f e il grafico di g, in altre parole A è definita da

$$A = \Big\{(x, y) : f(x) \le y \le g(x)\Big\}\,.$$

3) a) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt[6]{n^3}}{1 + n\ \sqrt[4]{2n}}\,.$$

b) Dire per quali a converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^a + n^{\frac{9}{5} - a}}\,.$$

4) a) Dire quali delle seguenti proprietà è vera

$$\sqrt{a + 2b} = \sqrt{a} + 2\sqrt{b}\,;\quad \sqrt{abc} = \sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}\,;\quad \sqrt{1 + a^4} = 1 + a^2\,.$$

b) Svolgere l'espressione $(a + 3b)^2$.

c) Semplificare l'espressione

$$\frac{6a^9b^5 - 24a^5b^3}{4 - 2a^2b}\,.$$

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 15 punti; il secondo esercizio vale 8-9 punti,; il terzo vale 11 punti. Il quarto non da punteggio ufficiale ma serve per controllare la parte di algebra.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 23/01/2006

NOME: COGNOME:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo della funzione f definita da $f(x) = x^6(3-5x)^{11}$.
b) Dire se ha minimo assoluto la funzione u da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$u(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \le 100 \\ f(100) + x - 100 & \text{se } x > 100\,. \end{cases}$$

c) Sia g la funzione definita da $g(x) = (\sin x)\ln\Big(\big(f(x)\big)^2 + 3\Big)$. Calcolare la derivata di g. Dire inoltre se esiste il limite

$$\lim_{x\to 1000} \frac{g(x) - g(1000)}{x - 1000}\,.$$

Nota. Come detto *non* è richiesto calcolare il limite dato se questo esiste.
2) Sia α la funzione definita da

$$\alpha(x) = x^3\Big(x^{11} + \frac{2}{x^4}\Big) - 5\frac{(x^5+7)^3}{(x^5+7)^{\sqrt{2}}}\,x^4\,.$$

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \alpha(x)\,dx\,.$$

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} \alpha(x)$.
3) Sia w una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ che ha un unico punto $\bar{x}$ di minimo assoluto. Quindi $w(\bar{x}) < w(x)$ se $x \ne \bar{x}$.
a) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ non ha soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ non è verificata per nessun numero reale x).
b) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ ha almeno due soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ è verificata per almeno due numeri reali x).

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 23/01/2006

NOME: COGNOME:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo della funzione f definita da $f(x) = x^5(4x-5)^{12}$.
b) Dire se ha massimo assoluto la funzione u da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$u(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \leq 90 \\ f(90) + 90 - x & \text{se } x > 90 \,. \end{cases}$$

c) Sia g la funzione definita da $g(x) = \sin\Big(f(x)\ln(x^6+3)\Big)$. Calcolare la derivata di g. Dire inoltre se esiste il limite

$$\lim_{x \to 800} \frac{g(x) - g(800)}{x - 800} \,.$$

Nota. Come detto *non* è richiesto calcolare il limite dato se questo esiste.
2) Sia α la funzione definita da

$$\alpha(x) = x^4\Big(x^{18} + \frac{3}{x^6}\Big) - 4\big((x^4-2)^4\big)^{\frac{\pi}{2}} x^3 \,.$$

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \alpha(x)\, dx \,.$$

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x \to +\infty} \alpha(x)$.
3) Sia w una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ che ha un unico punto $\bar{x}$ di massimo assoluto. Quindi $w(\bar{x}) > w(x)$ se $x \neq \bar{x}$.
a) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ non ha soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ non è verificata per nessun numero reale x).
b) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ ha almeno due soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ è verificata per almeno due numeri reali x).

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 20 punti e in esso la parte a) vale piú della c) che vale piú della b); il secondo esercizio vale 11 punti, e in esso la parte a) vale piú della b); il terzo vale 10 punti e la parte b) vale piú della parte a). Riteniamo la parte b) del terzo esercizio piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 23/01/2006

NOME: COGNOME:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo della funzione f definita da $f(x) = x^4(8-2x)^{13}$.
b) Dire se ha minimo assoluto la funzione u da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$u(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \leq 80 \\ f(80) + x - 80 & \text{se } x > 80\,. \end{cases}$$

c) Sia g la funzione definita da $g(x) = (\cos x) \ln \Big(3\big(f(x)\big)^2 + 7 \Big)$. Calcolare la derivata di g. Dire inoltre se esiste il limite

$$\lim_{x \to 700} \frac{g(x) - g(700)}{x - 700}\,.$$

Nota. Come detto *non* è richiesto calcolare il limite dato se questo esiste.
2) Sia α la funzione definita da

$$\alpha(x) = x^5 \Big(x^9 + \frac{2}{x^6} \Big) - 7 \frac{(x^7+2)^3}{(x^7+2)^{\sqrt{5}}}\, x^6\,.$$

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \alpha(x)\, dx\,.$$

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x \to +\infty} \alpha(x)$.
3) Sia w una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ che ha un unico punto $\bar{x}$ di minimo assoluto. Quindi $w(\bar{x}) < w(x)$ se $x \neq \bar{x}$.
a) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ non ha soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ non è verificata per nessun numero reale x).
b) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ ha almeno due soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ è verificata per almeno due numeri reali x).

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 20 punti e in esso la parte a) vale piú della c) che vale piú della b); il secondo esercizio vale 11 punti, e in esso la parte a) vale piú della b); il terzo vale 10 punti e la parte b) vale piú della parte a). Riteniamo la parte b) del terzo esercizio piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 23/01/2006

NOME: COGNOME:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo della funzione f definita da $f(x) = x^7(4x-3)^{10}$.
b) Dire se ha massimo assoluto la funzione u da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$u(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \leq 110 \\ f(110) + 110 - x & \text{se } x > 110 \,. \end{cases}$$

c) Sia g la funzione definita da $g(x) = \cos\Big(f(x)\ln(x^8+5)\Big)$. Calcolare la derivata di g. Dire inoltre se esiste il limite

$$\lim_{x\to 900} \frac{g(x)-g(900)}{x-900} \,.$$

Nota. Come detto *non* è richiesto calcolare il limite dato se questo esiste.
2) Sia α la funzione definita da

$$\alpha(x) = x^9\Big(x^{13} - \frac{3}{x^{12}}\Big) - 6\big((x^6-3)^4\big)^{\frac{\pi}{3}} x^5 \,.$$

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \alpha(x)\,dx \,.$$

b) Calcolare, se esiste, $\lim\limits_{x\to+\infty} \alpha(x)$.
3) Sia w una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ che ha un unico punto $\bar{x}$ di massimo assoluto. Quindi $w(\bar{x}) > w(x)$ se $x \neq \bar{x}$.
a) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ non ha soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ non è verificata per nessun numero reale x).
b) Provare che esiste un numero reale a tale che l'equazione $w(x) = a$ ha almeno due soluzioni (ossia la relazione $w(x) = a$ è verificata per almeno due numeri reali x).

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 20 punti e in esso la parte a) vale piú della c) che vale piú della b); il secondo esercizio vale 11 punti, e in esso la parte a) vale piú della b); il terzo vale 10 punti e la parte b) vale piú della parte a). Riteniamo la parte b) del terzo esercizio piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 02/12/2005

NOME: COGNOME:

1) Risolvere la disequazione

$$-\frac{x+7}{(x+3)(1-\frac{2}{x+9})} > 6$$

precisando se il valore $x = 9^{14}$ risolve la disequazione data.

2) a) Sia T la circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 - 6y = 40.$$

Dire quali punti di T appartengono anche alla retta r di equazione $y = 2$.
b) Sia D il grafico della funzione f definita da

$$f(x) = x^8\Big((5x-6)^{-\frac{1}{4}} - 2\Big) + 2\,.$$

Dire quali punti di D appartengono anche alla retta r.

3) Siano date le successioni
$a_n = \dfrac{n^3 6^n}{n^4 6^n + 1}$, $b_n = \dfrac{n^5 6^n - n^{60} 3^n}{n^4 6^n + 1}$, $c_n = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{se } n \text{ pari} \\ 7 & \text{se } n \text{ dispari} \end{cases}$
a) Calcolare, se esistono, $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} b_n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{c_n}{a_n}$.
b) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n\,.$$

4) a) Determinare un numero reale a (espresso in forma di frazione con numeratore e denominatore interi) tale che $\sqrt{50} - \sqrt{2} = 2^a$.
b) Sia a_n una successione tale che $a_1 = 6$, $a_{n+1} = a_n \sqrt[5n]{2}$ (quindi $a_2 = 6\sqrt[5]{2}$, $a_3 = a_2 \sqrt[10]{2} = 6\sqrt[5]{2}\sqrt[10]{2}$ etc.). Provare che esiste un intero positivo n tale che $a_n > 10^{403}$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) i primi tre esercizi valgono 30 punti in totale, il terzo vale piú dei prime due (e vale un po' meno della somma dei primi due, circa 14 punti), i primi due valgono circa tanto uguale. Nel secondo conta di piú la parte b), nel terzo conta di piú la parte a). Il quarto vale 10 punti e la parte b) vale piú della parte a). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 02/12/2005

NOME: COGNOME:

1) Risolvere la disequazione

$$\frac{(6-x)(1-\frac{3}{x+8})}{x+5} \leq 3$$

precisando se il valore $x = -8^{20}$ risolve la disequazione data.

2) a) Sia T la retta di equazione

$$2x + 3y = 7.$$

Dire quali punti di T appartengono anche alla retta r di equazione $y = 6$.
b) Sia D il grafico della funzione f definita da

$$f(x) = (x^8 + 6)\Big((4x+7)^{-4} - 2\Big) + 6\,.$$

Dire quali punti di D appartengono anche alla retta r.

3) Siano date le successioni
$a_n = \dfrac{n^9 20^n + 1}{n^9 10^n}$, $b_n = \dfrac{n^{40} 10^n + 1}{n^{100} 5^n + n^9 20^n}$, $c_n = \begin{cases} 8 & \text{se } n \text{ pari} \\ \frac{1}{5} & \text{se } n \text{ dispari} \end{cases}$
a) Calcolare, se esistono, $\lim_{n\to+\infty} a_n$, $\lim_{n\to+\infty} b_n$, $\lim_{n\to+\infty} c_n a_n$.
b) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}\,.$$

4) a) Determinare un numero reale a (espresso in forma di frazione con numeratore e denominatore interi) tale che $\sqrt{3} + \sqrt{12} = 3^a$.
b) Sia a_n una successione tale che $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n \sqrt[7n]{5}$ (quindi $a_2 = 4\sqrt[7]{5}$, $a_3 = a_2 \sqrt[14]{5} = 4\sqrt[7]{5}\sqrt[14]{5}$ etc.). Provare che esiste un intero positivo n tale che $a_n > 9^{341}$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) i primi tre esercizi valgono 30 punti in totale, il terzo vale piú dei prime due (e vale un po' meno della somma dei primi due, circa 14 punti), i primi due valgono circa tanto uguale. Nel secondo conta di piú la parte b), nel terzo conta di piú la parte a). Il quarto vale 10 punti e la parte b) vale piú della parte a). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 02/12/2005

NOME: COGNOME:

1) Risolvere la disequazione

$$-\frac{x+6}{(x+5)(1-\frac{2}{x+8})} > 3$$

precisando se il valore $x = 10^{17}$ risolve la disequazione data.

2) a) Sia T la circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 - 10y = 39.$$

Dire quali punti di T appartengono anche alla retta r di equazione $y = 3$.
b) Sia D il grafico della funzione f definita da

$$f(x) = x^{10}\Big((7x-10)^{-\frac{1}{2}} - 5\Big) + 3\,.$$

Dire quali punti di D appartengono anche alla retta r.

3) Siano date le successioni
$a_n = \dfrac{n^4 8^n}{n^7 8^n + 1}$, $b_n = \dfrac{n^9 8^n - n^{40} 2^n}{n^7 8^n + 1}$, $c_n = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{se } n \text{ pari} \\ 9 & \text{se } n \text{ dispari} \end{cases}$
a) Calcolare, se esistono, $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} b_n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{c_n}{a_n}$.
b) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n\,.$$

4) a) Determinare un numero reale a (espresso in forma di frazione con numeratore e denominatore interi) tale che $\sqrt{18} - \sqrt{2} = 2^a$.
b) Sia a_n una successione tale che $a_1 = 6$, $a_{n+1} = a_n \sqrt[5n]{2}$ (quindi $a_2 = 6\sqrt[5]{2}$, $a_3 = a_2 \sqrt[10]{2} = 6\sqrt[5]{2}\sqrt[10]{2}$ etc.). Provare che esiste un intero positivo n tale che $a_n > 9^{388}$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) i primi tre esercizi valgono 30 punti in totale, il terzo vale piú dei prime due (e vale un po' meno della somma dei primi due, circa 14 punti), i primi due valgono circa tanto uguale. Nel secondo conta di piú la parte b), nel terzo conta di piú la parte a). Il quarto vale 10 punti e la parte b) vale piú della parte a). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2005/06 02/12/2005

NOME: COGNOME:

1) Risolvere la disequazione

$$\frac{(2-x)(1-\frac{3}{x+10})}{x+7} \leq 4$$

precisando se il valore $x = -6^{30}$ risolve la disequazione data.

2) a) Sia T la retta di equazione

$$3x + y = 8.$$

Dire quali punti di T appartengono anche alla retta r di equazione $y = 9$.
b) Sia D il grafico della funzione f definita da

$$f(x) = (x^4 + 13)\Big((5x-2)^{-6} - 7\Big) + 9\,.$$

Dire quali punti di D appartengono anche alla retta r.

3) Siano date le successioni
$a_n = \dfrac{n^4 21^n + 1}{n^4 7^n}$, $b_n = \dfrac{n^8 6^n + 1}{n^{80} 2^n + n^4 18^n}$, $c_n = \begin{cases} 11 & \text{se } n \text{ pari} \\ \frac{2}{9} & \text{se } n \text{ dispari} \end{cases}$
a) Calcolare, se esistono, $\lim_{n\to+\infty} a_n$, $\lim_{n\to+\infty} b_n$, $\lim_{n\to+\infty} c_n a_n$.
b) Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}\,.$$

4) a) Determinare un numero reale a (espresso in forma di frazione con numeratore e denominatore interi) tale che $\sqrt{5} + \sqrt{80} = 5^a$.
b) Sia a_n una successione tale che $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n \sqrt[7n]{5}$ (quindi $a_2 = 4\sqrt[7]{5}$, $a_3 = a_2 \sqrt[14]{5} = 4\sqrt[7]{5}\,\sqrt[14]{5}$ etc.). Provare che esiste un intero positivo n tale che $a_n > 7^{382}$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) i primi tre esercizi valgono 30 punti in totale, il terzo vale piú dei prime due (e vale un po' meno della somma dei primi due, circa 14 punti), i primi due valgono circa tanto uguale. Nel secondo conta di piú la parte b), nel terzo conta di piú la parte a). Il quarto vale 10 punti e la parte b) vale piú della parte a). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 22/09/2005

NOME: COGNOME:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ____________________

1) Determinare $a \in \mathbf{R}$ tale che si abbia

$$\frac{\left(\sqrt{1+3\sqrt{x}}\right)^4 - 6\sqrt{x}}{81x^2-1} = \frac{1}{ax-1}$$

(ovviamente per i numeri reali x per cui le espressioni nella formula precedente sono definite. **Non** è richiesto determinare tali x).

2) Dire se convergono le serie $\sum_1^{+\infty} a_n$, $\sum_1^{+\infty} b_n$, ove

$$a_n = \frac{n^3}{2n^4 + \ln n + \sin n}, \quad b_n = (3+\sin n)a_n\,.$$

3) Sia f la funzione definita da $f(x) = (x+8)\sin x$. Determinare la derivata f' di f. Calcolare inoltre l'integrale indefinito

$$\int f'(x)\ln(x+8)\,dx\,.$$

4) Sia g la funzione definita da

$$g(x) = \frac{\ln\left(x^9+2x^7+3x\right)}{x^2-9}.$$

a) Calcolare la derivata g' di g
b) Determinare il dominio di g.
c) Determinare il dominio della funzione

$$\frac{\ln\left(x^9+2x^7+3\sin x\right)}{x^2-9}$$

5) Determinare, se esiste, un punto P sull'asse delle ascisse tale che la retta passante per P e per il punto $(1,3)$ passi anche per il punto $(2,5)$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) i primi due esercizi valgono 9 punti in totale e il primo vale meno del secondo, il terzo 6 punti, il quarto 15 punti, il quinto 4 punti. La parte c) del quarto è forse la parte piú difficile.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 22/09/2005

NOME: COGNOME:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) Determinare $a \in \mathbf{R}$ tale che si abbia

$$\frac{16x^2 - 1}{\left(\sqrt[3]{1+2\sqrt{x}}\right)^6 - 4\sqrt{x}} = ax - 1$$

(ovviamente per i numeri reali x per cui le espressioni nella formula precedente sono definite. **Non** è richiesto determinare tali x).

2) Dire se convergono le serie $\sum_1^{+\infty} a_n$, $\sum_1^{+\infty} b_n$, ove

$$a_n = \frac{n^4}{3n^6 + \ln n + \cos n}, \quad b_n = (3 + \cos n)a_n\,.$$

3) Sia f la funzione definita da $f(x) = (5 - x)\cos x$. Determinare la derivata f' di f. Calcolare inoltre l'integrale indefinito

$$\int f'(x)\ln(5 - x)\,dx\,.$$

4) Sia g la funzione definita da

$$g(x) = \frac{\ln\left(x^2 - 16\right)}{x^7 + 4x^5 + 2x}.$$

a) Calcolare la derivata g' di g
b) Determinare il dominio di g.
c) Determinare il dominio della funzione

$$\frac{\ln\left(x^2 - 16\right)}{x^7 + 4x^5 + 5\sin x}$$

5) Determinare, se esiste, un punto P sull'asse delle ordinate tale che la retta passante per P e per il punto $(5, -1)$ passi anche per il punto $(4, 2)$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) i primi due esercizi valgono 9 punti in totale e il primo vale meno del secondo, il terzo 6 punti, il quarto 15 punti, il quinto 4 punti. La parte c) del quarto è forse la parte piú difficile.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 20/07/2005

NOME: COGNOME:

Orale (segnare preferenza per luglio o settembre)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) a) Calcolare l'integrale

$$\int_9^{16} \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}} \left(2\sqrt{x} - 1\right) dx\,.$$

b) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\cos x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}-1}} \left(2\sqrt{\cos x} - 1\right) \sin x\, dx\,.$$

2) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ della funzione

$$\alpha(x) = x^2 - 4x^{\frac{3}{2}}.$$

3) Calcolare, se esistono, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$, ove

$$f(x) = \frac{2^x}{10^x + \sin(x)},\ \ g(x) = \frac{2^{x^2}}{10^x + 1}\,.$$

Calcolare inoltre la derivata $g'(x)$ della funzione g.

4)

a) Provare che per ogni intero positivo n si ha

$$\frac{2^{\frac{1}{n^2}} + 1}{2} < 2^{\frac{1}{n^2}}.$$

b) Dire se è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log_2 \left(\frac{2^{\frac{1}{n^2}} + 1}{2} \right).$$

5) Sia C la circonferenza con centro nell'origine e passante per il punto $(-4, 2)$. Dire se il punto $(-3, 3)$ appartiene a C.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 7 punti, il secondo 5 punti, il terzo 9-10 punti, il quarto 7-8 punti, il quinto 3-4 punti.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 20/07/2005

NOME: COGNOME:

Orale (segnare preferenza per luglio o settembre)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) a) Calcolare l'integrale

$$\int_8^{64} \frac{1}{\frac{2}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}+1}} \left(\sqrt[3]{x} + 2\right) dx\,.$$

b) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{1}{\frac{2}{\sqrt[3]{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{\sin x}+1}} \left(\sqrt[3]{\sin x} + 2\right) \cos x\, dx\,.$$

2) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ della funzione

$$\alpha(x) = 2x^{\frac{5}{2}} - x^2.$$

3) Calcolare, se esistono, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} g(x)$, ove

$$f(x) = \frac{12^x}{4^x + \cos(x)},\ \ g(x) = \frac{12^x}{4^{x^2} + 1}\,.$$

Calcolare inoltre la derivata $g'(x)$ della funzione g.

4) a) Provare che per ogni intero positivo n si ha

$$2 \cdot 2^{\frac{1}{n}} - 1 > 2^{\frac{1}{n}}\,.$$

b) Dire se è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log_2 \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{n}} - 1\right).$$

5) Sia C la circonferenza con centro nell'origine e passante per il punto $(2, 5)$. Dire se il punto $(3, 1)$ appartiene a C.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 7 punti, il secondo 5 punti, il terzo 9-10 punti, il quarto 7-8 punti, il quinto 3-4 punti.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 13/06/2005

1) Sia f la funzione a valori in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{\sin\left(\sqrt{x^2+7x}\right)}{x-1}\,.$$

Determinare il dominio di f e calcolare la derivata di f nei punti x tali che $x^2+7x>0$.

2) a) Dire se è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2+1}\,.$$

b) Dire per quali $\alpha > 0$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^\alpha+1}}{n^2+1}\,.$$

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \Big(\left(x^\pi\right)^7 + \left(2x+1\right)^{23} \ln\left(2x+1\right) \Big) dx\,.$$

4) Sia g la funzione definita da

$$g(x) = e^{x^3+x-\sin x}\,.$$

a) Dire se g è crescente su $\mathbf{R}$.
b) Dire per quali $\beta > 0$ la funzione definita da

$$g(x) = e^{x^3+x-\beta\sin x}$$

è crescente su $\mathbf{R}$.
c) Dire se il grafico di g interseca la retta di equazione $y = 20$.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05   10/01/2005

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) a) Determinare $\beta \in \mathbf{R}$ tale che $\dfrac{\sqrt[5]{y^{78}}}{y^{13}} = y^{\beta}$ per ogni $y > 0$.
b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\sqrt[5]{(7-\cos x)^{78}}}{(7-\cos x)^{13}} \sin x \, dx\,.$$

2) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{3x}+9}\,.$$

Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f. Dire inoltre se f ha massimo assoluto e se f ha minimo assoluto.

3) a) Provare che il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{8^{-\sqrt[3]{x}}}{\frac{1}{x^4}}$$

esiste ed è un numero reale (quindi non è $+\infty$), e determinare tale limite.
b) Posto $a_n = 8^{-\sqrt[3]{n}}$, $b_n = a_n \frac{n^2}{n^2+1}$, dire se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge e se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge. Dire inoltre se si ha

$$\sum_{n=1}^{800} a_n \le \sum_{n=1}^{900} a_n$$

4) Siano dati i punti nel piano $P_1 = (5,4)$, $P_2 = (8,6)$, $P_3 = (11,3)$.
a) Provare che i punti P_1, P_2 e P_3 non sono allineati.
b) Determinare, se esiste, un punto Q nel segmento che congiunge P_1 e P_3 tale che il triangolo di vertici P_1, Q e P_2 e il triangolo di vertici P_3, Q e P_2 hanno lo stesso perimetro.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 8 punti, il secondo 9 punti, il terzo 11 punti, e il quarto 8 punti. Negli esercizi 1, 3 e 4 secondo conta di più la parte b). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio probabilmente piú difficile del resto del compito.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 10/01/2005

NOME: COGNOME:

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) a) Determinare $\beta \in \mathbf{R}$ tale che $\dfrac{y^{11}}{\sqrt[4]{y^{46}}} = y^{\beta}$ per ogni $y > 0$.
b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(5+\sin x)^{11}}{\sqrt[4]{(5+\sin x)^{46}}} \cos x \, dx \, .$$

2) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{-e^{4x}}{e^{5x}+8} \, .$$

Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f. Dire inoltre se f ha massimo assoluto e se f ha minimo assoluto.

3) a) Provare che il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{7^{-\sqrt[4]{x}}}{\frac{1}{x^3}}$$

esiste ed è un numero reale (quindi non è $+\infty$), e determinare tale limite.
b) Posto $a_n = 7^{-\sqrt[4]{n}}$, $b_n = a_n \frac{2^n}{2^n+3}$, dire se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge e se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge. Dire inoltre se si ha

$$\sum_{n=1}^{600} a_n < \sum_{n=1}^{500} a_n$$

4) Siano dati i punti nel piano $P_1 = (4, -2)$, $P_2 = (3, 0)$, $P_3 = (2, -3)$.
a) Provare che i punti P_1, P_2 e P_3 non sono allineati.
b) Determinare, se esiste, un punto Q nel segmento che congiunge P_1 e P_3 tale che il triangolo di vertici P_1, Q e P_2 e il triangolo di vertici P_3, Q e P_2 hanno lo stesso perimetro.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 8 punti, il secondo 9 punti, il terzo 11 punti, e il quarto 8 punti. Negli esercizi 1, 3 e 4 secondo conta di più la parte b). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio probabilmente piú difficile del resto del compito.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 10/01/2005

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto __________________________

1) a) Determinare $\beta \in \mathbf{R}$ tale che $\dfrac{\sqrt[6]{y^{81}}}{y^{15}} = y^\beta$ per ogni $y > 0$.

b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\sqrt[6]{(4-\cos x)^{81}}}{(4-\cos x)^{15}} \sin x \, dx \, .$$

2) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{4x}+7} \, .$$

Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f. Dire inoltre se f ha massimo assoluto e se f ha minimo assoluto.

3) a) Provare che il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{9^{-\sqrt[7]{x}}}{\frac{1}{x^6}}$$

esiste ed è un numero reale (quindi non è $+\infty$), e determinare tale limite.

b) Posto $a_n = 9^{-\sqrt[7]{n}}$, $b_n = a_n \frac{n^3}{n^3+2}$, dire se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge e se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge. Dire inoltre se si ha

$$\sum_{n=1}^{1200} a_n \leq \sum_{n=1}^{1300} a_n$$

4) Siano dati i punti nel piano $P_1 = (6,5)$, $P_2 = (8,7)$, $P_3 = (10,2)$.

a) Provare che i punti P_1, P_2 e P_3 non sono allineati.

b) Determinare, se esiste, un punto Q nel segmento che congiunge P_1 e P_3 tale che il triangolo di vertici P_1, Q e P_2 e il triangolo di vertici P_3, Q e P_2 hanno lo stesso perimetro.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 8 punti, il secondo 9 punti, il terzo 11 punti, e il quarto 8 punti. Negli esercizi 1, 3 e 4 secondo conta di più la parte b). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio probabilmente piú difficile del resto del compito.

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 10/01/2005

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) a) Determinare $\beta \in \mathbf{R}$ tale che $\frac{y^{12}}{\sqrt[5]{y^{52}}} = y^{\beta}$ per ogni $y > 0$.
b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(6+\sin x)^{12}}{\sqrt[5]{(6+\sin x)^{52}}} \cos x \, dx \, .$$

2) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{-e^{5x}}{e^{6x}+4} \, .$$

Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f. Dire inoltre se f ha massimo assoluto e se f ha minimo assoluto.

3) a) Provare che il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{6^{-\sqrt[5]{x}}}{\frac{1}{x^7}}$$

esiste ed è un numero reale (quindi non è $+\infty$), e determinare tale limite.
b) Posto $a_n = 6^{-\sqrt[5]{n}}$, $b_n = a_n \frac{3^n}{3^n+4}$, dire se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge e se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge. Dire inoltre se si ha

$$\sum_{n=1}^{2000} a_n < \sum_{n=1}^{1800} a_n$$

4) Siano dati i punti nel piano $P_1 = (-1,-3)$, $P_2 = (-3,-1)$, $P_3 = (-5,-2)$.
a) Provare che i punti P_1, P_2 e P_3 non sono allineati.
b) Determinare, se esiste, un punto Q nel segmento che congiunge P_1 e P_3 tale che il triangolo di vertici P_1, Q e P_2 e il triangolo di vertici P_3, Q e P_2 hanno lo stesso perimetro.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 8 punti, il secondo 9 punti, il terzo 11 punti, e il quarto 8 punti. Negli esercizi 1, 3 e 4 secondo conta di più la parte b). Riteniamo la parte b) del quarto esercizio probabilmente piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 10/12/2004

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ______________________

1) Siano $a_n = \dfrac{2^n}{40^n + 5}$, $b_n = \dfrac{3^{n^2}}{857^n}$. Dire se $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente e se $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} b_n$ è convergente.

2) Sia data la funzione

$$f(x) = 4(x+2)^{-15} + 7(x+2)^{22}\,.$$

a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f contenuti nell'intervallo $(-2, +\infty)$. (**NOTA**: come detto esplicitamente non si richiede di studiare il comportamento di f per $x \leq -2$).
b) Dire se si ha $f(x) \leq f(4x-3)$ per tutti gli $x \geq 71$.

3) Sia

$$g(x) = \ln(5x^2 + 3\cos x)\sin(x)\,.$$

a) Calcolare la derivata g' di g.
b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \Big((9-4x)^{75} + g'(x)\Big)\,dx\,.$$

4) a) Sia $v(x) = \sin\left(5x^4\right)$. Trovare due successioni a_n e b_n tali che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, $b_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, e $v(a_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, $v(b_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 1$, e dedurre che non esiste $\lim\limits_{x\to+\infty} v(x)$.
b) Provare che se u è una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, tale che $u(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, posto

$$v(x) = \sin(u(x))\,,$$

non esiste $\lim\limits_{x\to+\infty} v(x)$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti, il quarto vale un po' di piú. Nel secondo conta di più la parte a), nel terzo la parte a) e la parte b) hanno circa lo stesso valore. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 10/12/2004

NOME: COGNOME:

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) Siano $a_n = \dfrac{n^4}{n^{54}+3}$, $b_n = \dfrac{49^{8n}}{4^{n^2}}$. Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente e se $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ è convergente.

2) Sia data la funzione
$$f(x) = 5(x-2)^{-13} + 8(x-2)^{20}\,.$$
a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f contenuti nell'intervallo $(2,+\infty)$. (**NOTA**: come detto esplicitamente non si richiede di studiare il comportamento di f per $x \leq 2$).
b) Dire se si ha $f(x) \leq f(5x-8)$ per tutti gli $x \geq 78$.

3) Sia
$$g(x) = \sin\Big((3x^4 + 4\ln x)\cos(x)\Big)\,.$$
a) Calcolare la derivata g' di g.
b) Calcolare l'integrale indefinito
$$\int \Big((7+3x)^{-53} + g'(x)\Big)\,dx\,.$$

4) a) Sia $v(x) = \cos\left(6x^7\right)$. Trovare due successioni a_n e b_n tali che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, $b_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, e $v(a_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, $v(b_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 1$, e dedurre che non esiste $\lim_{x\to+\infty} v(x)$.
b) Provare che se u è una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, tale che $u(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, posto
$$v(x) = \cos(u(x))\,,$$
non esiste $\lim_{x\to+\infty} v(x)$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti, il quarto vale un po' di piú. Nel secondo conta di più la parte a), nel terzo la parte a) e la parte b) hanno circa lo stesso valore. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 10/12/2004

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) Siano $a_n = \dfrac{3^n}{60^n+7}$, $b_n = \dfrac{2^{n^2}}{78^{6n}}$. Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente e se $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ è convergente.

2) Sia data la funzione

$$f(x) = 6(x+3)^{-17} + 4(x+3)^{18}\,.$$

a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f contenuti nell'intervallo $(-3,+\infty)$. (**NOTA**: come detto esplicitamente non si richiede di studiare il comportamento di f per $x \le -3$).
b) Dire se si ha $f(x) \le f(7x-12)$ per tutti gli $x \ge 81$.

3) Sia

$$g(x) = \ln(8x^3 - 2\sin x)\cos(x)\,.$$

a) Calcolare la derivata g' di g.
b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \Big((8-5x)^{67} + g'(x) \Big)\, dx\,.$$

4) a) Sia $v(x) = \sin\left(8x^5\right)$. Trovare due successioni a_n e b_n tali che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, $b_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, e $v(a_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, $v(b_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 1$, e dedurre che non esiste $\lim_{x\to+\infty} v(x)$.
b) Provare che se u è una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, tale che $u(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, posto

$$v(x) = \sin(u(x))\,,$$

non esiste $\lim_{x\to+\infty} v(x)$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti, il quarto vale un po' di piú. Nel secondo conta di più la parte a), nel terzo la parte a) e la parte b) hanno circa lo stesso valore. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 10/12/2004

NOME: **COGNOME:**

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio o dopo)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente
Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto ________________________

1) Siano $a_n = \dfrac{n^7}{n^{67}+5}$, $b_n = \dfrac{53^{7n}}{5^{n^2}}$. Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente e se $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ è convergente.

2) Sia data la funzione

$$f(x) = 8(x-3)^{-11} + 5(x-3)^{14}\,.$$

a) Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza di f contenuti nell'intervallo $(3,+\infty)$. (**NOTA**: come detto esplicitamente non si richiede di studiare il comportamento di f per $x \le 3$).
b) Dire se si ha $f(x) \le f(6x-10)$ per tutti gli $x \ge 85$.

3) Sia

$$g(x) = \cos\Big((7x^5 - 5\ln x)\sin(x)\Big)\,.$$

a) Calcolare la derivata g' di g.
b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \Big((10+9x)^{-71} + g'(x)\Big)\,dx\,.$$

4) a) Sia $v(x) = \cos\left(7x^8\right)$. Trovare due successioni a_n e b_n tali che $a_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, $b_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, e $v(a_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$, $v(b_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 1$, e dedurre che non esiste $\lim\limits_{x\to+\infty} v(x)$.
b) Provare che se u è una funzione continua da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$, tale che $u(x) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$, posto

$$v(x) = \cos(u(x))\,,$$

non esiste $\lim\limits_{x\to+\infty} v(x)$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti, il quarto vale un po' di piú. Nel secondo conta di più la parte a), nel terzo la parte a) e la parte b) hanno circa lo stesso valore. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{(3x-1)^5 - 32}{x+4} \leq 0 \, .$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $3^x + 6x \leq 10$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{5^n}{4^n + \sin(3^n)}, \; b_n = \frac{n^6}{5n^5 + 2} \, .$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n \to +\infty} a_n, \quad \lim_{n \to +\infty} b_n, \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} \, .$$

3) Sia r la retta passante per i punti $(1, 2)$ e $(3, 7)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y = x + 2$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = |x - 5| + 7 \, .$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$. Sapendo che $c_n \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} e^2$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{3n} \, .$$

b) Provare che se d_n è una successione decrescente, tale che $2 \leq d_n \leq 9$, e $d_n \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} 7$, allora

$$\sqrt[10]{d_n} \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} \sqrt[10]{7} \, .$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{x+3}{(x-5)^6-64} \leq 0\,.$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $2^{x-2}+x<40$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{3^n}{4^n+2},\ \ b_n = \frac{n^5}{n^6+\sin(n^2)}\,.$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n\to+\infty} a_n, \quad \lim_{n\to+\infty} b_n, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n}\,.$$

3) Sia r la retta passante per i punti $(3,5)$ e $(4,3)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y=2-x$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = 6-|x+4|.$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1+\frac{2}{n}\right)^{-n}$. Sapendo che $c_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^{-2}$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{-6n}.$$

b) Provare che se d_n è una successione crescente, tale che $2\leq d_n\leq 11$, e $d_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 6$, allora

$$\sqrt[13]{d_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sqrt[13]{6}\,.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{(2x-2)^3-8}{x+3} \leq 0\,.$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $3^x + 4x \leq 18$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{6^n}{5^n + \sin(4^n)},\ b_n = \frac{n^8}{4n^6+3}\,.$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n\to+\infty} a_n, \quad \lim_{n\to+\infty} b_n, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n}\,.$$

3) Sia r la retta passante per i punti $(2,3)$ e $(4,8)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y = x+2$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = |x-8| + 10.$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1+\frac{4}{n}\right)^n$. Sapendo che $c_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^4$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{4}{n}\right)^{5n}.$$

b) Provare che se d_n è una successione decrescente, tale che $3 \leq d_n \leq 8$, e $d_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 5$, allora

$$\sqrt[12]{d_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sqrt[12]{5}\,.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{x+4}{(x-3)^4-16} \le 0\,.$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $2^{x-2}+x<14$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{4^n}{5^n+3}, \;\; b_n = \frac{n^6}{n^7+\sin(n^4)}\,.$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n\to+\infty} a_n, \qquad \lim_{n\to+\infty} b_n, \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n}\,.$$

3) Sia r la retta passante per i punti $(4,6)$ e $(5,4)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y=2-x$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = 5-|x+3|.$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1+\frac{4}{n}\right)^{-n}$. Sapendo che $c_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^{-4}$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{4}{n}\right)^{-5n}.$$

b) Provare che se d_n è una successione crescente, tale che $3 \le d_n \le 14$, e $d_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 6$, allora

$$\sqrt[11]{d_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sqrt[11]{6}\,.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti.
Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{(4x-9)^3-27}{x+2} \leq 0\,.$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $2^x + 5x \leq 24$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{7^n}{6^n + \cos(2^n)},\ b_n = \frac{n^5}{3n^4+2}\,.$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n\to+\infty} a_n, \quad \lim_{n\to+\infty} b_n, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n}\,.$$

3) Sia r la retta passante per i punti $(3,4)$ e $(5,9)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y = x+2$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = |x-10| + 12.$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1+\frac{6}{n}\right)^n$. Sapendo che $c_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^6$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{6}{n}\right)^{4n}.$$

b) Provare che se d_n è una successione decrescente, tale che $2 \leq d_n \leq 9$, e $d_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 3$, allora

$$\sqrt[16]{d_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sqrt[16]{3}\,.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{x+5}{(x-2)^4-81} \leq 0\,.$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $3^{x-2}+x<33$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{5^n}{7^n+4},\ b_n = \frac{n^4}{n^5+\cos(n^3)}\,.$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n\to+\infty} a_n, \quad \lim_{n\to+\infty} b_n, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n}\,.$$

3) Sia r la retta passante per i punti $(5,7)$ e $(6,5)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y = 2-x$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = 11-|x+9|.$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1+\frac{6}{n}\right)^{-n}$. Sapendo che $c_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^{-6}$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{6}{n}\right)^{-4n}.$$

b) Provare che se d_n è una successione crescente, tale che $3 \leq d_n \leq 15$, e $d_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 4$, allora

$$\sqrt[9]{d_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sqrt[9]{4}\,.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{(2x-4)^3-64}{x+5} \leq 0\,.$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $2^x + 3x \leq 29$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{4^n}{3^n + \cos(5^n)}\,, \; b_n = \frac{n^7}{2n^5+8}\,.$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n\to+\infty} a_n, \quad \lim_{n\to+\infty} b_n, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n}\,.$$

3) Sia r la retta passante per i punti $(4,5)$ e $(6,10)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y = x+2$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = |x-3| + 5.$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1+\frac{8}{n}\right)^n$. Sapendo che $c_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^8$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{8}{n}\right)^{6n}.$$

b) Provare che se d_n è una successione decrescente, tale che $1 \leq d_n \leq 14$, e $d_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 9$, allora

$$\sqrt[11]{d_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sqrt[11]{9}\,.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.

Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2004/05 17/11/2004

Nome: **Cognome:**

1) a) Risolvere la disequazione

$$\frac{x+7}{(x-1)^4-16} \leq 0\,.$$

b) Dire se tutte le x che risolvono la disequazione data soddisfano anche $2^{x-2}+x<6$.

2) Siano date le successioni

$$a_n = \frac{6^n}{8^n+2}, \; b_n = \frac{n^4}{n^6+\cos(n^5)}\,.$$

Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n\to+\infty} a_n, \quad \lim_{n\to+\infty} b_n, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n}\,.$$

3) Sia r la retta passante pere i punti $(6,8)$ e $(7,6)$.
a) Dire quali punti di r appartengono alla retta di equazione $y=2-x$.
b) Dire quali punti di r appartengono al grafico della funzione f definita da

$$f(x) = 10 - |x+8|.$$

4) a) Sia c_n la successione $\left(1+\frac{8}{n}\right)^{-n}$. Sapendo che $c_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} e^{-8}$, (cosa che potete utilizzare ma non siete tenuti a provare), calcolare, se esiste,

$$\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{8}{n}\right)^{-3n}.$$

b) Provare che se d_n è una successione crescente, tale che $2 \leq d_n \leq 21$, e $d_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 4$, allora

$$\sqrt[13]{d_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \sqrt[13]{4}$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.
A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) tutti gli esercizi valgono 10 punti. Riteniamo la parte b) del quarto esercizio molto piú difficile del resto del compito.