

Nome:

Cognome:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto _____

1) Determinare gli intervalli di crescita e di decrescenza della funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{15}x^{15} + \frac{2}{13}x^{13} - \frac{8}{11}x^{11}.$$

2)

a) Provare che la derivata $g'(x)$ della funzione $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$g(x) = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x + 1}$$

è uguale a $\frac{-4 \sin x \cos x}{(\sin^2 x + 1)^2}$.

b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\left(\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x + 1} \right)^9 + 6 \right) \frac{-4 \sin x \cos x}{(\sin^2 x + 1)^2} dx.$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{n^2 + 1} & \text{se } n < 4 \\ \frac{1}{4} & \text{se } n \geq 4. \end{cases}$$

a) Calcolare $\sum_{n=1}^{40} a_n$.

b) Dire se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

4) Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + x^5}{x^{\sqrt{26}} + \sin(x^3)}.$$

5) Dire se la retta passante per i punti $P_1 = (-1, -4)$ e $P_2 = (1, 4)$ interseca il grafico della funzione $\alpha : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $\alpha(x) = x^4 + \frac{301}{100}$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 8 punti, il secondo 10 punti, il terzo 6, il quarto 5, il quinto 10, nel secondo conta di più la parte a).

Nome:

Cognome:

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto _____

1) Determinare gli intervalli di crescita e di decrescenza della funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{17}x^{17} + \frac{1}{5}x^{15} - \frac{28}{13}x^{13}.$$

2)

a) Provare che la derivata $g'(x)$ della funzione $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$g(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x + 1}$$

è uguale a $\frac{4 \sin x \cos x}{(\cos^2 x + 1)^2}$.

b) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(8 - \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x + 1} \right)^{12} \right) \frac{4 \sin x \cos x}{(\cos^2 x + 1)^2} dx.$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{n}{3n^2 - 1} & \text{se } n < 3 \\ \frac{2}{5} & \text{se } n \geq 3. \end{cases}$$

a) Calcolare $\sum_{n=1}^{50} a_n$.

b) Dire se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

4) Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^8}{x^{\sqrt{63}} + \cos(x^2)}.$$

5) Dire se la retta passante per i punti $P_1 = (-1, -6)$ e $P_2 = (1, 6)$ interseca il grafico della funzione $\alpha : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $\alpha(x) = x^6 + \frac{499}{100}$.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 8 punti, il secondo 10 punti, il terzo 6, il quarto 5, il quinto 10, nel secondo conta di più la parte a).

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2003/04

20/07/2004

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per luglio o settembre)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto _____

1) Calcolare il numero

$$\frac{25^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{5}} \frac{1}{3} + \frac{3}{2},$$

ossia scriverlo nella forma $\frac{p}{q}$ con p e q interi.

2) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2}{x^8 + 5}.$$

Determinare l'insieme degli x reali per cui $f(x) > 0$ e determinare gli intervalli di crescita e di decrescita di f .

3) Dire per quali numeri reali $a > 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a^n}{n^2(3^n + 1)}$$

è convergente.

4) Calcolare l'integrale

$$\int_{e^{\pi}}^{e^{2\pi}} \sin(3\ln(x)) \frac{1}{x} dx.$$

5) Sia C la circonferenza con centro nel punto $(-3, 0)$ e di raggio 5, e siano $P_1 = (9, 1)$, $P_2 = (13, 1)$.

a) Dire se il punto $(1, 1)$ sta in C .

b) Determinare i punti P di C tali che il triangolo di vertici P_1 , P_2 e P abbia area 4.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 3 punti, gli altri 8 punti, nel quinto conta di più la parte b).

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2003/04

20/07/2004

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per luglio o settembre)

Chi accetta di mettere in rete il risultato di questo scritto firmi la riga seguente

Autorizzo a mettere in rete il risultato di questo scritto _____

1) Calcolare il numero

$$\frac{27^{\frac{4}{9}}}{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{2} + \frac{2}{5},$$

ossia scriverlo nella forma $\frac{p}{q}$ con p e q interi.

2) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^4}{x^6 + 3}.$$

Determinare l'insieme degli x reali per cui $f(x) > 0$ e determinare gli intervalli di crescita e di decrescita di f .

3) Dire per quali numeri reali $a > 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a^n}{n(4^n - 1)}$$

è convergente.

4) Calcolare l'integrale

$$\int_{e^\pi}^{e^{2\pi}} \cos(5\ln(x)) \frac{1}{x} dx.$$

5) Sia C la circonferenza con centro nel punto $(-2, 0)$ e di raggio 5, e siano $P_1 = (9, 1)$, $P_2 = (13, 1)$.

a) Dire se il punto $(1, 2)$ sta in C .

b) Determinare i punti P di C tali che il triangolo di vertici P_1 , P_2 e P abbia area 8.

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 3 punti, gli altri 8 punti, nel quinto conta di più la parte b).

Scritto di Matematica per Biotecnologie

Nome:**Cognome:****Orale** (segnare preferenza per gennaio o dopo)1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{6x} - 8e^{5x})(x - 10).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) < 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di massimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = (x^5 + \cos(13x)) \sin\left(\frac{6x^4}{2x^2 + 5}\right).$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{6n}{2n+1} & \text{se } n \leq 3 \\ \frac{4}{n^2} & \text{se } n > 3. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{n^2} = \frac{2\pi^2}{3}$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presente esercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2e)^x}{x^8 + \cos(7x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2e)^{x+2 \sin x}}{x^8 + \cos(7x)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{4x} - 32)(13x - 4x^2).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) \leq 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di minimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = \frac{\sin(x^4 + 5x^2)}{x^2 \cos(6x) + 12}.$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{5^n}{2^n + 3} & \text{se } n \leq 2 \\ \frac{6}{n^4} & \text{se } n > 2. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6}{n^4} = \frac{\pi^4}{15}$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presenteesercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{10}}{(2\pi)^x + 5 \cos(x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{10+4 \sin x}}{(2\pi)^x + 5 \cos(x^2)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per gennaio, o dopo)1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{9x} - 3e^{8x})(x + 2).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) < 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di massimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = (x^4 + \sin(21x)) \cos\left(\frac{4x^6}{2x^3 + 7}\right).$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{2n+3}{3n+1} & \text{se } n \leq 3 \\ \frac{3}{n^2} & \text{se } n > 3. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{n^2} = \frac{\pi^2}{2}$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presenteesercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+\pi)^x}{x^9 + \sin(x^3)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+\pi)^{x+3\cos x}}{x^9 + \sin(x^3)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{5x} - 19)(2x + 5x^2).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) \leq 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di minimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = \frac{\cos(x^6 + 2x^2)}{x^4 \sin(8x) + 15}.$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{4^n}{3^n + 2} & \text{se } n \leq 2 \\ \frac{10}{n^4} & \text{se } n > 2. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10}{n^4} = \frac{\pi^4}{9}$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presenteesercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^8}{(e+1)^x + 6 \sin(x^3)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{8+3 \sin x}}{(e+1)^x + 6 \sin(x^3)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{7x} - 4e^{6x})(x - 7).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) < 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di massimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = (x^6 + \cos(8x)) \sin\left(\frac{5x^4}{3x^2 + 5}\right).$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{5n}{2n+1} & \text{se } n \leq 3 \\ \frac{8}{n^2} & \text{se } n > 3. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8}{n^2} = \frac{4\pi^2}{3}$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presenteesercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3e)^x}{x^9 + \cos(7x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3e)^{x+2 \sin x}}{x^9 + \cos(7x)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{6x} - 29)(40x - 5x^2).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) \leq 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di minimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = \frac{\sin(x^4 + 9x^3)}{x^3 \cos(3x) + 19}.$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{4^n}{2^n + 2} & \text{se } n \leq 2 \\ \frac{5}{n^4} & \text{se } n > 2. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5}{n^4} = \frac{\pi^4}{18}$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presenteesercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{11}}{(2\pi)^x + 8 \cos(x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{11+4 \sin x}}{(2\pi)^x + 8 \cos(x^2)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per gennaio, o dopo)1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{5x} - 9e^{4x})(x + 4).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) < 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di massimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = (x^6 + \sin(16x)) \cos\left(\frac{9x^6}{2x^4 + 5}\right).$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{3n-1}{3n+1} & \text{se } n \leq 3 \\ \frac{12}{n^2} & \text{se } n > 3. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{12}{n^2} = 2\pi^2$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presenteesercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+\pi)^x}{x^{13} + \sin(x^3)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+\pi)^{x+4\cos x}}{x^{13} + \sin(x^3)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per gennaio o dopo)

1) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (e^{7x} - 21)(5x + 4x^2).$$

a) Risolvere la disequazione

$$f(x) \leq 0.$$

b) Sia g una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Determinare i punti di minimo relativo di g .c) Determinare una funzione g da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ tale che $g'(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.2) Calcolare la derivata della funzione α definita da

$$\alpha(x) = \frac{\cos(x^5 + 8x^2)}{x^4 \sin(3x) + 13}.$$

3) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{5^n}{3^n + 1} & \text{se } n \leq 2 \\ \frac{30}{n^4} & \text{se } n > 2. \end{cases}$$

a) Dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.b) Sapendo che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{30}{n^4} = \frac{\pi^4}{3}$ (informazione che potete utilizzare nella parte b) del presenteesercizio, senza doverla giustificare), calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

4) Calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{14}}{(e+1)^x + 4 \sin(x^3)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{14+3 \sin x}}{(e+1)^x + 4 \sin(x^3)}.$$

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.*A livello indicativo (cioè a meno di minime variazioni) il primo esercizio vale 12 punti, il secondo 8, il terzo 8, il quarto 6.*

Secondo Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2003/04

06/12/2003

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio, o dopo)

1) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{5^{n-2}+1}{(n-3)!} & \text{se } n > 3 \\ \frac{n}{n+5} & \text{se } n \leq 3. \end{cases}$$

Calcolare a_2 e a_4 , e dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da $f(x) = \frac{2}{7}x^8e^{x^3} + 4$.

a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f .

b) Calcolare, se esistono, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \neq 2 \\ 14 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Dire se 2 è un punto di massimo relativo o di minimo relativo per g .

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(x^{\frac{2}{7}} + (3x^2 + 4) \cos(x^3 + 4x) \right) dx.$$

4) Sia u una funzione da $[\pi, 2\pi]$ in $\mathbf{R}$, e sia v una funzione strettamente crescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$. Sia $w : [\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione composta $v \circ u$ cioè $w(x) = v(u(x))$.

a) Provare che se x_0 è un punto di minimo assoluto per u , allora x_0 è anche un punto di minimo assoluto per w .

b) Dire se vale il viceversa, cioè se ogni x_0 punto di minimo assoluto per w è anche un punto di minimo assoluto per u .

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

La somma dei punteggi dei primi tre esercizi è leggermente superiore a 30. Non hanno comunque tutti lo stesso punteggio. Il secondo esercizio vale circa 15 punti, il primo circa 9, il terzo circa 7.

Secondo Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2003/04

06/12/2003

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio, o dopo)

1) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^4+n}{(n-2)!} & \text{se } n > 3 \\ n^2 - 3n + 5 & \text{se } n \leq 3. \end{cases}$$

Calcolare a_2 e a_4 , e dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da $f(x) = \frac{3}{8}x^7e^{-x^3} + 5$.

a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f .

b) Calcolare, se esistono, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \neq -2 \\ -21 & \text{se } x = -2. \end{cases}$$

Dire se -2 è un punto di massimo relativo o di minimo relativo per g .

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\cos x + (e^x + 3x^2)(e^x + x^3)^{\frac{3}{2}} \right) dx.$$

4) Sia u una funzione da $[\sqrt{5}, \sqrt{6}]$ in $\mathbf{R}$, e sia v una funzione strettamente decrescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$. Sia $w : [\sqrt{5}, \sqrt{6}] \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione composta $v \circ u$ cioè $w(x) = v(u(x))$.

a) Provare che se x_0 è un punto di minimo assoluto per u , allora x_0 è un punto di massimo assoluto per w .

b) Dire se vale il viceversa, cioè se ogni x_0 punto di massimo assoluto per w è un punto di minimo assoluto per u .

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

La somma dei punteggi dei primi tre esercizi è leggermente superiore a 30. Non hanno comunque tutti lo stesso punteggio. Il secondo esercizio vale circa 15 punti, il primo circa 9, il terzo circa 7.

Secondo Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2003/04

06/12/2003

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio, o dopo)

1) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{3^{n-3}+2}{(n-4)!} & \text{se } n > 4 \\ \frac{n}{n+2} & \text{se } n \leq 4. \end{cases}$$

Calcolare a_3 e a_5 , e dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da $f(x) = 5 - \frac{3}{4}x^4e^{x^5}$.

a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f .

b) Calcolare, se esistono, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \neq 2 \\ -10 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Dire se 2 è un punto di massimo relativo o di minimo relativo per g .

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(x^{\frac{4}{3}} + (4x^3 + 2) \sin(x^4 + 2x) \right) dx.$$

4) Sia u una funzione da $[2\pi, 3\pi]$ in $\mathbf{R}$, e sia v una funzione strettamente crescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$. Sia $w : [2\pi, 3\pi] \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione composta $v \circ u$ cioè $w(x) = v(u(x))$.

a) Provare che se x_0 è un punto di massimo assoluto per u , allora x_0 è anche un punto di massimo assoluto per w .

b) Dire se vale il viceversa, cioè se ogni x_0 punto di massimo assoluto per w è anche un punto di massimo assoluto per u .

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

La somma dei punteggi dei primi tre esercizi è leggermente superiore a 30. Non hanno comunque tutti lo stesso punteggio. Il secondo esercizio vale circa 15 punti, il primo circa 9, il terzo circa 7.

Secondo Esonero di Matematica per Biotecnologie

Anno Accademico 2003/04

06/12/2003

Nome:

Cognome:

Orale (segnare preferenza per dicembre, gennaio, o dopo)

1) Sia data la successione a_n definita da

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^3+n^2}{(n-3)!} & \text{se } n > 4 \\ n^2 - 2n + 6 & \text{se } n \leq 4. \end{cases}$$

Calcolare a_2 e a_5 , e dire se $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da $f(x) = 3 - \frac{2}{5}x^3e^{-x^5}$.

a) Determinare i punti di massimo relativo e di minimo relativo di f .

b) Calcolare, se esistono, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \neq -2 \\ 17 & \text{se } x = -2. \end{cases}$$

Dire se -2 è un punto di massimo relativo o di minimo relativo per g .

3) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left(\sin x + (e^x + 4x^3)(e^x + x^4)^{\frac{4}{3}} \right) dx.$$

4) Sia u una funzione da $[\sqrt{7}, \sqrt{8}]$ in $\mathbf{R}$, e sia v una funzione strettamente decrescente da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$. Sia $w : [\sqrt{7}, \sqrt{8}] \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione composta $v \circ u$ cioè $w(x) = v(u(x))$.

a) Provare che se x_0 è un punto di massimo assoluto per u , allora x_0 è un punto di minimo assoluto per w .

b) Dire se vale il viceversa, cioè se ogni x_0 punto di minimo assoluto per w è un punto di massimo assoluto per u .

È obbligatorio consegnare il presente testo del compito con segnati nome e cognome.

La somma dei punteggi dei primi tre esercizi è leggermente superiore a 30. Non hanno comunque tutti lo stesso punteggio. Il secondo esercizio vale circa 15 punti, il primo circa 9, il terzo circa 7.

1) Risolvere la disequazione

$$(x^6 - 12)(x^4 + x^3) < x^9 - 12x^4.$$

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq -2 \\ x^4 - 17 & \text{se } x > -2. \end{cases}$$

- a) Disegnare un grafico (approssimato) di f
- b) Dire per quali numeri reali x si ha $f(x) = 1$.

3) Sia a_n la successione definita da

$$a_n = \frac{3n^8}{7 - n^8} + \frac{3n}{n + 12}$$

- a) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- b) Dire se esiste n intero positivo tale che

$$|a_n| < \frac{1}{124070}. \tag{1}$$

Dire inoltre se esiste n intero positivo con $n > 3 \cdot 10^{18}$ tale che valga (1).

4) a) Calcolare

$$2 \left((\sqrt[3]{3})^{\sqrt{3}} \right)^{\sqrt{3}} + 3.$$

- b) Provare che esistono due numeri irrazionali positivi a e b tali che a^b è razionale. Ricordiamo che $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt{3}$ sono entrambi numeri irrazionali (fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare).

1) Risolvere la disequazione

$$(x^4 - 15)(x^{10} + x^2) \geq x^{14} - 15x^2.$$

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & \text{se } x \leq 1 \\ 3x & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- a) Disegnare un grafico (approssimato) di f
- b) Dire per quali numeri reali x si ha $f(x) = 4$

3) Sia a_n la successione definita da

$$a_n = \frac{1}{\frac{2^n + 5^n}{10^n + \frac{1}{3^n}}}$$

- a) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- b) Dire se esiste n intero positivo tale che

$$a_n > 208160. \tag{1}$$

Dire inoltre se esiste n intero positivo con $n > 12 \cdot 10^{16}$ tale che valga (1).

4) a) Calcolare

$$3 \left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}} + 1.$$

- b) Provare che esistono due numeri irrazionali positivi a e b tali che a^b è razionale. Ricordiamo che $\sqrt{2}$ è irrazionale (fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare).

1) Risolvere la disequazione

$$(x^8 - 9)(x^6 + 2x^3) < 2x^{11} - 9x^6.$$

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x + 8 & \text{se } x \leq -1 \\ x^6 + 6 & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

- a) Disegnare un grafico (approssimato) di f
- b) Dire per quali numeri reali x si ha $f(x) = 10$.

3) Sia a_n la successione definita da

$$a_n = \frac{2n}{n+5} + \frac{2n^6}{10-n^6}$$

- a) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- b) Dire se esiste n intero positivo tale che

$$|a_n| < \frac{1}{800260}. \tag{1}$$

Dire inoltre se esiste n intero positivo con $n > 4 \cdot 10^{17}$ tale che valga (1).

4) a) Calcolare

$$4 \left((\sqrt[3]{3})^{\sqrt{3}} \right)^{\sqrt{3}} - 2.$$

- b) Provare che esistono due numeri irrazionali positivi a e b tali che a^b è razionale. Ricordiamo che $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt{3}$ sono entrambi numeri irrazionali (fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare).

1) Risolvere la disequazione

$$(x^8 + 7)(x^4 - 3x^2) \geq x^{12} - 21x^2.$$

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^5 - 7 & \text{se } x \leq -1 \\ 8x & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

- a) Disegnare un grafico (approssimato) di f
- b) Dire per quali numeri reali x si ha $f(x) = -2$

3) Sia a_n la successione definita da

$$a_n = \frac{1}{\frac{3^n + 4^n}{12^n + \frac{1}{2^n}}}$$

- a) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- b) Dire se esiste n intero positivo tale che

$$a_n > 120070. \tag{1}$$

Dire inoltre se esiste n intero positivo con $n > 9 \cdot 10^{13}$ tale che valga (1).

4) a) Calcolare

$$2 \left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}} + 3.$$

- b) Provare che esistono due numeri irrazionali positivi a e b tali che a^b è razionale. Ricordiamo che $\sqrt{2}$ è irrazionale (fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare).

1) Risolvere la disequazione

$$(x^8 + 5)(x^4 + 3x^5) < 3x^{13} + 5x^4.$$

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x \leq -2 \\ x^4 - 14 & \text{se } x > -2. \end{cases}$$

- a) Disegnare un grafico (approssimato) di f
- b) Dire per quali numeri reali x si ha $f(x) = 6$.

3) Sia a_n la successione definita da

$$a_n = 5 \left(\frac{n^4}{2 - n^4} + \frac{n}{n + 8} \right)$$

- a) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- b) Dire se esiste n intero positivo tale che

$$|a_n| < \frac{1}{315000}. \tag{1}$$

Dire inoltre se esiste n intero positivo con $n > 6 \cdot 10^{15}$ tale che valga (1).

4) a) Calcolare

$$3 \left((\sqrt[3]{3})^{\sqrt{3}} \right)^{\sqrt{3}} - 1.$$

- b) Provare che esistono due numeri irrazionali positivi a e b tali che a^b è razionale. Ricordiamo che $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt{3}$ sono entrambi numeri irrazionali (fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare).

1) Risolvere la disequazione

$$(x^2 - 9)(2x^{10} + x^4) \geq 2x^{12} - 9x^4.$$

2) Sia f la funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3 & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{5}{2}x & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

- a) Disegnare un grafico (approssimato) di f
- b) Dire per quali numeri reali x si ha $f(x) = 3$

3) Sia a_n la successione definita da

$$a_n = \frac{1}{\frac{2^n + 6^n}{12^n + \frac{1}{3^n}}}$$

- a) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- b) Dire se esiste n intero positivo tale che

$$a_n > 185400. \tag{1}$$

Dire inoltre se esiste n intero positivo con $n > 28 \cdot 10^{12}$ tale che valga (1).

4) a) Calcolare

$$4 \left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}} - 2.$$

- b) Provare che esistono due numeri irrazionali positivi a e b tali che a^b è razionale. Ricordiamo che $\sqrt{2}$ è irrazionale (fatto che potete usare, ma non siete tenuti a dimostrare).