1) Disegnare un grafico approssimato della funzione f definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{se } x \le 2 \\ (x-3)^4 + 1 & \text{se } x > 2 \end{cases}.$$

2) a)Risolvere le disequazioni

$$\left(4+\frac{6}{x}\right)^5 + \sqrt{x^4 - \frac{14}{15}} \ge 7 + \sqrt{x^4 - \frac{14}{15}}\,,$$

$$\left(x^4 + \frac{1}{15}\right)^{\left(4+\frac{6}{x}\right)^5} \ge \left(x^4 + \frac{1}{15}\right)^7.$$

b) Sia α la funzione definita da

$$\alpha(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \le 1 \\ x^2 & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

Risolvere la disequazione

$$\frac{\alpha(x) - 3x}{5^x - 25} \le 0\,.$$

3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^{\sqrt[3]{5}} n^{\sqrt{6}} - 15^{1897} n^4 + n + 1}{n^{\frac{41}{10}} - 2}$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\left(\frac{5}{3}\right)^n + n^{10}}{(\frac{5}{2})^n + \sin(n)} - \dfrac{\left(\frac{3}{5}\right)^n + n^2}{(\frac{3}{4})^n + n^2}$,

$\lim\limits_{n\to+\infty} 3^{2n+3} - a^{3n+1}$ al variare di $a > 0$.

4) Provare che se (a_n) è una successione crescente e (b_n) non è una successione crescente, allora $(b_n - a_n)$ non è una successione crescente.

5) a) Calcolare il quoziente $\dfrac{3+2i}{4-7i}$.

b) Risolvere l'equazione $z^2 - (2+i)z + 8i$ in campo complesso.