

Esercizi proposti per il corso di Analisi Matematica I per Ingegneria 2013/14

1. Determinare coniugato e modulo dei seguenti numeri complessi: $1-i$, $2\sqrt{3}+2i$, $3-i\pi$, $\sqrt{2}+\sqrt{5}i$. Scrivere inoltre i primi due tra i numeri dati in forma trigonometrica.
2. Svolgere le seguenti operazioni tra numeri complessi: $(3+2i)(7-4i)$, $\frac{3-5i}{2+3i}$, $\frac{2+i}{5-i}$.
3. Risolvere le seguenti equazioni in campo complesso: $z^4 = 1$, $z^6 = 1$, $z^6 = 2$, $z^2 = 5-i$, $z^2 = 5i$, $z^2 = 2+4i$, $z^6 - 3z^3 = -2$, $z^4 = 1+i$, $z^4 - 2z^2 + 5 = 0$.
4. Risolvere l'equazione $z^6 + 1 = 0$ in campo complesso, e dedurre una scomposizione del polinomio $z^6 + 1$ in prodotto di polinomi reali di primo e secondo grado. Fare lo stesso per l'equazione $z^8 + 1 = 0$ e per il polinomio $z^8 + 1$.
5. Calcolare $\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right)^{138} \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i\right)^{136}$.
6. Calcolare $\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right)^{138} \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i\right)^{136}$.
7. Determinare i numeri complessi z che soddisfano le due condizioni $|z| = 5$, $|z + 1 + i| = 4$.
8. Determinare i numeri complessi z che soddisfano la condizione $z^2 - 6\bar{z} = 3$.
9. Se z è un numero complesso tale che $iz^{15} = 2 + 3i$, che cosa si può dire su $i(\bar{z})^{15}$?
10. Quali numeri complessi z soddisfano sia $z^{15} = 1$, sia $z^{20} = 1$?
- 11*. In genere, se n e m sono interi positivi, quali numeri complessi z soddisfano sia $z^n = 1$ sia $z^m = 1$?