

Esercizi proposti per il corso di matematica per biotecnologie 2005/06, 3° foglio

1. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni: $\sin^2 x$, $\ln(2x + 5)$, $\sqrt{5x - 7}$, $\sqrt{x^2 + 1}$, $\sqrt[5]{(x + 2)^9}$, $\sqrt[8]{x^9 + 2}$, $x^2 + \frac{\sin x}{x^3 + 2}$, $7x^{2 - \sin x}$, $x^3(\sin x)(\ln x)e^x$, $(x + 4)^3 \cos(3x + x^7 \sin(x^2))$, $x^6 \cos(7 \ln x \arctan(x^7 + 2))$, $x^5 \sin\left(\frac{(3x + 2)^6 \sin(x^2 + 8) + \sqrt{x}}{x^3 + \cos x \cdot 3^{-x^2}}\right)$, $\ln(\ln(x^2 + 7) + \frac{x}{x^3 + 6})$.
2. Se f è una funzione derivabile, quanto vale la derivata di $f(x)^2$, $f(x)^3$, $\sqrt{f^2(x) + 2}$, $\sin(f(x))$, $xf(x)$, $f(7x - \pi)$, $f(\cos(x))$?
3. Esistono funzioni $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabili tali che $f(\frac{1}{n^2}) = \frac{1}{n}$ per ogni intero positivo n ?
4. La funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è continua in 0? è derivabile in 0?

5. Dire in che punti è continua la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 3 \\ x^2 & \text{se } x > 3. \end{cases}$$

Dire per quali valori di a è continua su $\mathbf{R}$ la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 3 \\ x^2 + a & \text{se } x > 3. \end{cases}$$

6. Calcolare $f''(x)$ quando $f(x) = \sin x$, $f(x) = x^7$, $f(x) = x^2 \sin x$. Calcolare la derivata seconda, terza, quarta, e quinta della funzione f definita da $f(x) = e^{3x}$.
7. Tra i parallelepidi rettangoli con base quadrata e volume 10 determinare quello di superficie laterale minima.
8. Determinare massimi e minimi relativi delle funzioni $x^{10} - 3x$, $x^{10} - x^2$, $x^2 - \ln x$, $2x + \sin x + \cos x$, $\sqrt{x - x^2}$, precisando se esistono anche massimi e minimi assoluti per le funzioni date.
9. Quante soluzioni hanno le equazioni $x^7 - 2x = 9$, $x^7 - 2x = \frac{1}{6}$?
10. Sia f una funzione da $\mathbf{R}$ in $\mathbf{R}$ derivabile, e sia $g = |f|$. Che cosa si può dire della derivabilità di g
 - i) in 0
 - ii) nei punti x tali che $f(x) \neq 0$
 - iii) nei punti x tali che $f(x) = 0$.
11. Calcolare gli integrali indefiniti $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + \pi}} dx$, $\int x^2 \arctan x dx$.