

Esercizi proposti per il corso di matematica per biotecnologie 2005/06, 2° foglio

1. Sapendo che $a^{20} = b^{20}$ si può concludere che $a = b$? Per quali n interi positivi l'affermazione $a^n = b^n$ implica $a = b$? Se $a^3 < b^3$ si può concludere $a < b$? Se $\sin a < \sin b$ si può concludere $a < b$?

2. Risolvere le disequazioni $\sqrt{x^2 + 5} > x + 1$, $\sqrt{x^2 - 5} > x + 1$, $\sqrt{x^2 - x + 1} < x + 3$, $\sqrt{x^2 - 6x + 5} \leq x + 1$, $\sqrt{x^2 - 2} + |x + 1| \geq 8$, $3^x < 5 \cdot 3^{2x}$.

3. Risolvere l'equazione $\sin^2(x) - 4 \sin x = 5$.

4. Sia r la retta passante per $(1, 2)$ e per $(2, 4)$. r passa per l'origine? Determinare i punti di r che appartengono anche alla retta che passa per i punti $(2, 2)$ e $(3, 1)$. Determinare i punti di r che appartengono anche alla retta di equazione $y + 3x = 4$. Determinare i punti di r che appartengono anche alla circonferenza di centro $(1, 1)$ e raggio 4.

5. I punti $(2, 6)$, $(3, 8)$, $(4, 11)$ sono allineati?

6. Quale raggio deve avere una circonferenza con centro nell'origine perché sia tangente alla retta r di equazione $x - 2y = 6$? Determinare inoltre la retta passante per l'origine perpendicolare a r .

7. Determinare i limiti della successione a_n quando $a_n = 16\sqrt{2}$, $a_n = 5 + \frac{1}{n}$, $a_n = n^2 - 6$,

$a_n = n^{\frac{2}{3}} - 6$, $a_n = n^{\frac{2}{3}} - \sin(n^2 - 8)$, $a_n = \frac{3}{n+1}$, $a_n = \frac{n^2}{n - n^2 + 6}$, $a_n = \frac{n\sqrt{n} + n + 1}{n^2 + \sin n}$,

$a_n = \frac{n^{1000} + 1}{n^{998} + n^{997} + 2}$, $a_n = \frac{3^n(n^{1000} + 1)}{4^n + n^2 - 3}$, $a_n = \frac{n^3}{(1, 1)^n + 7}$, $a_n = \frac{n^3}{n! - 2^n}$, $a_n = \frac{n^3}{n^2 - 2^n}$,

$a_n = \frac{(\sqrt{n} + 5)^3(3^n + 1)}{(n + \cos n)(3^n + 2^n)}$, $a_n = \frac{(\sqrt{n} + 5)^a(3^n + 1)}{(n + \cos n)(3^n + 2^n)}$ ($a \in \mathbf{R}$), $a_n = \frac{6^n + 5^n + n}{n! + n^3 + \sin n}$,

$a_n = \frac{(3^n + 1)(2^n + 7)^5(n + 1)^2 + n^{10}}{100^n + 2^n}$, $a_n = \frac{(3^n + 1)(2^n + 7)^5(n + 1)^2 + n^{10}}{b^n + 2^n}$ ($b \in \mathbf{R}$),

$a_n = \frac{6^n}{n!}$, $a_n = \frac{n^7}{2^n}$, $a_n = \frac{n^7 3^n}{n! + n + 2}$, $a_n = \begin{cases} \frac{n^7 3^n}{n! + n + 2} & \text{se } n \leq 1876 \\ \frac{n!}{n^7 3^n} & \text{se } n > 1876 \end{cases}$, $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n^2} & \text{se } n \text{ pari} \\ \frac{1}{n^3} & \text{se } n \text{ dispari} \end{cases}$

8. Se $a_n = \frac{n^2}{2^n + (6n + 1)^{13}}$, quanto vale a_{n+1} ?

9. Se una successione a_n è tale che $a_n \geq 2$ per ogni n , che cosa si può dire di $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n^n$?

10. Si può provare che la successione a_n definita da $a_n = \frac{n}{2n+1}$ è crescente. Usando questo fatto determinare $\sup\{a_n : n = 1, 2, 3, \dots\}$ e $\inf\{a_n : n = 1, 2, 3, \dots\}$.