Esercizi proposti per il corso di matematica per biotecnologie 2005/06, 1^o foglio

1. Disegnare un grafico approssimato delle seguenti funzioni $-5, \sqrt{\pi}$, x, $7x$, $-x$, $2x+4$, $3+x$, $3-2x$, $-2x-1$, x^9, $(x+2)^9$, x^6-2, $(x-1)^6-5$, $\sqrt{3x+2}$, $\sqrt[5]{x-1}$, $\sqrt[5]{3x-1}$, $3-x^{-4}$, $x^{\frac{7}{4}}$, $3x^{\sqrt{2}}$, $3-x^{-\pi}$, $-2\cdot 4^x$, $\left(\frac{2}{3}\right)^x+1$, $|x^2-5|$, $|x^3-5|$, $\Big|5-2|x|\Big|$, $2+\sin x$, $5\cos(x-\frac{1}{10})$, $3+\Big|2\sin(4x-1)-6\Big|$, $\Big|\big||x^2-3|-1\big|-15\Big|$.

2. Dire quali punti hanno in comune il grafico della funzione α definita da $\alpha(x)=x^3+5x$ e il grafico della funzione β definita da $\beta(x)=x^3-x^2$. Dire inoltre dove il grafico di α "sta sopra" il grafico di β.

3. Calcolare 8^{-2}, $8^{\frac{-2}{3}}$, $8^{\frac{4}{3}}$. Dire se $8^{\sqrt{2}}>16$.

4. Calcolare $\log_2 16$, $\log_{16} 2$, $\log_{100} 1000$, $\log_7 1$, $\log_4 \frac{1}{8}$, $\log_2(2^{18})$, $\log_4(2^{18})$. Calcolare la parte intera di $\log_{10} 21007$.

5. Dire se si ha l'uguaglianza

$$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5+\sqrt{24}}\,.$$

6. Risolvere l'equazione $9(5-x)=3^x(5-x)$ e la disequazione $9(5-x)<3^x(5-x)$. Risolvere l'equazione $\dfrac{9}{5-x}=\dfrac{3^x}{5-x}$ e l'equazione $\dfrac{9}{2-x}=\dfrac{3^x}{2-x}$.

7. Disegnare i grafici delle due funzioni α e β ove $\alpha(x)=x^{10}$, $\beta(x)=(x-1)^{10}$. I due grafici suggeriscono che l'equazione $x^{10}=(x-1)^{10}$ ha una soluzione (perché ?) D'altra parte si potrebbe pensare che se $x^{10}=(x-1)^{10}$ si ha $x=x-1$, che è impossibile. Come si spiega ciò? Le soluzioni "grafiche" non costituiscono mai una dimostrazione sicura. È questo il motivo o c'è qualcosa che non va nel procedimento per dedurre che l'equazione $x^{10}=(x-1)^{10}$ non ha soluzione?

8. Trovare l'equazione della retta che passa per i punti $(3,2)$ e $(5,-1)$. Il punto $(1,4)$ appartiene a tale retta? Trovare l'equazione della circonferenza di centro $(3,2)$ e raggio 3. Il punto $(1,4)$ appartiene a tale circonferenza?

9. Sapendo che $|x|<9$, si può dire che sicuramente $x<9$?

10. Risolvere la disequazione $3<|x|<5$.

11. Provare che se n è un intero positivo allora $n+2^n<4^n$. Provare a risolvere l'esercizio usando il principio di induzione.