

Esercizi proposti per il corso di matematica per biotecnologie

1. Dire quale dei seguenti numeri è razionale: $\frac{3}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{7}$, $2\sqrt{2} + 3$, $(\sqrt{2} + 1)^2 - 2\sqrt{2}$
2. Risolvere le equazioni $x^2 = 9$, $x^3 = 8$, $x^6 + 8 = 9x^3$
3. Scrivere $x^2 - 4x + 2$ nella forma $(x - a)(x - b)$ (ossia determinare a e b tali che $x^2 - 4x + 2 = (x - a)(x - b)$).
4. Dire per quali numeri reali a l'equazione $x^2 - ax + a = 0$ ha almeno una soluzione reale.
5. Risolvere le seguenti disequazioni $x^2 \leq 9$, $x^3 \leq 8$, $x^4 \geq 16$, $x(x - 1) < 2(x - 1)$, $\sqrt{x^2 - 1} < x$, $|x - 1| < 5$.
6. Disegnare un grafico (approssimato) delle seguenti funzioni: $x^{\frac{5}{2}}$, x^7 , $x^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$, $x^2 + x + 1$, $|\sin x|$,

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x < 0 \\ 3x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

7. Trovare l'equazione della retta r che passa per i punti $(1, 2)$ e $(3, 5)$ e della retta r' che passa per i punti $(1, 2)$ e $(3, 2)$.
8. Trovare i punti della retta r dell'esercizio 7 che stanno sull'asse delle ordinate.
9. La retta r dell'esercizio 7 interseca la circonferenza di centro l'origine e raggio 2?
10. Determinare estremo superiore ed estremo inferiore dell'insieme $\{\frac{1}{2n+3} : n \in \mathbf{N}\}$.
11. Dire se l'insieme $\{n^2 - 3n : n \in \mathbf{N}\}$ è superiormente limitato.
12. Devo dimostrare una proprietà $P(n)$ per induzione. Se provo che $P(n) \Rightarrow P(n + 1)$ per ogni $n \in \mathbf{N}$, posso concludere che vale $P(n)$ per ogni $n \in \mathbf{N}$?
13. Sappiamo che la funzione $\sin : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ha la proprietà che $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Come si conclude che $\sin(x + 2n\pi) = \sin(x)$ per ogni $n \in \mathbf{N}$ e $x \in \mathbf{R}$, e che $\sin(x + 2n\pi) = \sin(x)$ per ogni $n \in \mathbf{Z}$ e $x \in \mathbf{R}$?
14. Trovare i limiti, per $n \rightarrow +\infty$, della successione a_n quando $a_n = \sqrt{\pi}$, $a_n = 3n + 1$, $a_n = 3n - 1$, $a_n = n^5 - n + \sin(n^2)$, $a_n = \frac{n+1}{n+2}$, $a_n = \frac{n^{40}-1}{(\frac{3}{2})^n+n}$, $a_n = \frac{n^{\sqrt{7}}}{n^3+1}$, $a_n = \frac{n^3+\sin n}{2n^3-\sin n}$, $a_n = (-1)^n n^2$

$$a_n = \begin{cases} n & \text{se } n < 1720000 \\ \frac{1}{n} & \text{se } n \geq 1720000. \end{cases}$$