

Logica e Reti Logiche
Anno Accademico: 2025-2026
Sessione Estiva Anticipata - Primo Appello

Docente: Francesco Pasquale

28 gennaio 2026

Compito A

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Sia $\{a_n\}_{n \geq 1}$ la successione definita da

$$\begin{cases} a_1 &= 1 \\ a_n &= \frac{a_{n-1}}{2} + 1 \end{cases} \quad \text{per ogni } n \geq 2$$

Dimostrare per induzione che $a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$, per ogni $n \geq 1$.

Esercizio 2. Scrivere due formule, una in forma normale congiuntiva e l'altra in forma normale disgiuntiva, che abbiano la seguente tabella di verità

a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
y	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0

Esercizio 3. Si considerino le due formule

$$\mathcal{A} : \forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} : \forall x [P(x) \vee Q(x)]$$

Per ognuna delle quattro affermazioni seguenti, dire se l'affermazione è vera oppure no, motivando opportunamente la risposta:

1. \mathcal{A} implica logicamente \mathcal{B} ;
2. \mathcal{B} implica logicamente \mathcal{A} ;
3. \mathcal{A} e \mathcal{B} sono logicamente equivalenti;
4. \mathcal{A} è una formula soddisfacibile.

Esercizio 4. Spiegare come si può costruire un HALF-ADDER usando soltanto porte NAND.

Esercizio 5. Progettare una macchina a stati finiti che prenda in input una sequenza di bit e restituisca in output 1 quando gli ultimi quattro bit letti sono 1001 e restituisca 0 in tutti gli altri casi. Disegnare il diagramma di stato, scrivere la tabella e le equazioni di stato e disegnare lo schema del circuito.