Logica e Reti Logiche
Anno Accademico: 2024-2025
Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

21 novembre 2024

Compito B

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Si consideri la successione $\{a_n\}_{n \geqslant 0}$ definita da

$$\begin{cases} a_0 & = & 3 \\ a_n & = & (a_{n-1})^2 \quad \text{per } n \geqslant 1 \end{cases}$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è corretta e dimostrarlo per induzione. Per ogni $n \geqslant 0$,

1. $a_n = 3(n+1)^2$
2. $a_n = 3^{n+1}$
3. $a_n = 3 \cdot 3^{2n}$
4. $a_n = 3^{2^n}$
5. $a_n = 3 \cdot (n+1)!$
6. Nessuna delle precedenti: $a_n = \ldots$.

Esercizio 2. Dire se la formula seguente è una tautologia, una contraddizione o una contingenza, motivando adeguatamente la risposta

$$\big((p \vee q) \to (r \wedge s)\big) \to \Big(\big(p \to (r \wedge s)\big) \vee \big(q \to (r \wedge s)\big)\Big)$$

Esercizio 3. Scrivere una formula equivalente alla formula seguente che contenga soltanto i connettivi *implica* ($\to$) e *not* ($\neg$), spiegando brevemente il ragionamento svolto per ottenerla

$$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

Esercizio 4. Una delle due formule seguenti è valida, l'altra no:

1. $\exists x\, [\forall y P(x,y) \vee \forall y Q(x,y)] \equiv \exists x \forall y P(x,y) \vee \exists x \forall y Q(x,y)$
2. $\exists x\, [\forall y P(x,y) \wedge \forall y Q(x,y)] \equiv \exists x \forall y P(x,y) \wedge \exists x \forall y Q(x,y)$

Per la formula valida, dare una dimostrazione usando il metodo dei *tableaux*; per quella non valida, esibire un'interpretazione in cui la formula è falsa.

Esercizio 5. Esibire un'interpretazione in cui la formula seguente è vera e un'interpretazione in cui è falsa

$$\forall x \exists y P(x,y) \wedge \forall x \exists y \neg P(x,y)$$