

Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2024-2025

Sessione Estiva Anticipata - Primo Appello

Docente: Francesco Pasquale

28 gennaio 2025

Compito B

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Sia $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$ la successione dei numeri di Fibonacci,

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{per } n \geq 3 \end{cases}$$

Dimostrare per induzione che, per ogni $n \geq 2$,

$$F_n^2 - F_{n-1}F_{n+1} = (-1)^{n+1}.$$

Esercizio 2. Sia \mathcal{S} il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

$$\mathbf{A1} : X \rightarrow (Y \rightarrow X)$$

$$\mathbf{A2} : [X \rightarrow (Y \rightarrow Z)] \rightarrow [(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)]$$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema \mathcal{S}

$$\vdash p \rightarrow p$$

Esercizio 3. Una delle due formule seguenti è valida, l'altra no:

$$1. \exists x \forall y P(x, y) \wedge \exists y \forall x Q(x, y) \longrightarrow \exists x \exists y [P(x, y) \wedge Q(x, y)]$$

$$2. \forall x \exists y P(x, y) \wedge \forall y \exists x Q(x, y) \longrightarrow \exists x \exists y [P(x, y) \wedge Q(x, y)]$$

Per la formula valida, dare una dimostrazione usando il metodo dei *tableaux*; per quella non valida, esibire un'interpretazione in cui la formula è falsa.

Esercizio 4. Progettare un circuito FULL-ADDER usando un circuito DECODER 3:8 e due porte OR a più ingressi.

Esercizio 5. Scrivere sia in decimale che nello standard IEEE-754 a 32 bit il numero che si ottiene sommando a e b , dove a è il numero che in decimale si scrive 21.75 e b è il numero che nello standard IEEE-754 a 32 bit si scrive C1280000.