

Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2024-2025

Sessione Estiva - Primo Appello

Docente: Francesco Pasquale

17 giugno 2025

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Sia $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$ la successione dei numeri di Fibonacci,

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{per } n \geq 3 \end{cases}$$

Dimostrare per induzione che $F_n = 1 + \sum_{i=1}^{n-2} F_i$, per ogni $n \geq 3$.

Esercizio 2. Ricavare una formula che sia equivalente alla formula seguente e contenga soltanto il connettivo $\downarrow$ (*joint denial*, NOR)

$$\neg a \vee b$$

Esercizio 3. Si considerino le due formule

$$\mathcal{A} : \exists x P(x) \wedge \forall x Q(x) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} : \exists x [P(x) \wedge Q(x)]$$

Per ognuna delle quattro affermazioni seguenti, dire se l'affermazione è vera oppure no, motivando opportunamente la risposta:

1. $\mathcal{A}$ implica logicamente $\mathcal{B}$;
2. $\mathcal{B}$ implica logicamente $\mathcal{A}$;
3. $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono logicamente equivalenti;
4. $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$ è una formula soddisfacibile.

Esercizio 4. Usando soltanto porte AND, OR e NOT, progettare un circuito con quattro input, x_0, x_1, x_2, x_3 , e due output, y_0, y_1 , che implementi la seguente funzione $f : \{0, 1\}^4 \rightarrow \{0, 1\}^2$

$$(y_1, y_0) = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \begin{cases} (x_2 + x_3, x_2 \cdot x_3) & \text{se } x_1 = x_0 \\ (x_2 \oplus x_3, 0) & \text{se } (x_1, x_0) = (0, 1) \\ (1, x_2 \oplus x_3) & \text{se } (x_1, x_0) = (1, 0) \end{cases}$$

Disegnare il circuito e spiegare sinteticamente il criterio usato per progettarlo.

Esercizio 5. Progettare una macchina a stati finiti che prenda in input una sequenza di bit e restituisca in output 1 quando gli ultimi quattro bit letti sono 0100 e restituisca 0 in tutti gli altri casi. Disegnare il diagramma di stato, scrivere la tabella e le equazioni di stato e disegnare lo schema del circuito.