

Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2023-2024

Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

15 novembre 2023

Compito B

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Sia $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$ la successione dei numeri di Fibonacci

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{per } n \geq 3 \end{cases}$$

Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 1$

$$\sum_{i=1}^n F_{2i-1} = F_{2n}$$

Esercizio 2. Ricavare una formula che sia equivalente alla formula seguente e contenga soltanto il connettivo $|$ (*alternative denial*, NAND)

$$\neg(a \rightarrow b)$$

Esercizio 3. Sia \mathcal{S} il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

$$\mathbf{A1} : X \rightarrow (Y \rightarrow X)$$

$$\mathbf{A2} : [X \rightarrow (Y \rightarrow Z)] \rightarrow [(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)]$$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema \mathcal{S}

$$\{p \rightarrow r\} \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

Esercizio 4. Dire se la formula seguente è valida oppure no. In caso affermativo, dimostrarlo con il metodo dei tableaux, in caso negativo esibire un'interpretazione in cui la formula è falsa

$$\forall x [\exists y P(x, y) \vee \exists y Q(x, y)] \rightarrow \forall x \exists y [P(x, y) \vee Q(x, y)]$$

Esercizio 5. Si considerino le due formule

$$\mathcal{A} : \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} : \exists x [P(x) \wedge Q(x)]$$

Per ognuna delle quattro affermazioni seguenti, dire se l'affermazione è vera oppure no, motivando opportunamente la risposta:

1. \mathcal{A} implica logicamente \mathcal{B} ;
2. \mathcal{B} implica logicamente \mathcal{A} ;
3. \mathcal{A} e \mathcal{B} sono logicamente equivalenti;
4. $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$ è una formula soddisfacibile.