

Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2023-2024

Primo Test Intermedio

Docente: Francesco Pasquale

15 novembre 2023

Compito A

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Sia $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$ la successione dei numeri di Fibonacci

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \text{per } n \geq 3 \end{cases}$$

Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 1$

$$\sum_{i=1}^{2n} (-1)^i F_i = F_{2n-1} - 1$$

Esercizio 2. Ricavare una formula che sia equivalente alla formula seguente e contenga soltanto il connettivo $\downarrow$ (*joint denial*, NOR)

$$a \rightarrow b$$

Esercizio 3. Sia $\mathcal{S}$ il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

$$\mathbf{A1} : X \rightarrow (Y \rightarrow X)$$

$$\mathbf{A2} : [X \rightarrow (Y \rightarrow Z)] \rightarrow [(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)]$$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema $\mathcal{S}$

$$\{p \rightarrow q\} \vdash p \rightarrow (r \rightarrow q)$$

Esercizio 4. Dire se la formula seguente è valida oppure no. In caso affermativo, dimostrarlo con il metodo dei tableaux, in caso negativo esibire un'interpretazione in cui la formula è falsa

$$\exists x \forall y P(x, y) \wedge \exists x \forall y Q(x, y) \rightarrow \forall y [\exists x P(x, y) \wedge \exists x Q(x, y)]$$

Esercizio 5. Si considerino le due formule

$$\mathcal{A} : \forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \quad \text{e} \quad \mathcal{B} : \forall x (P(x) \vee Q(x))$$

Per ognuna delle quattro affermazioni seguenti, dire se l'affermazione è vera oppure no, motivando opportunamente la risposta:

1. $\mathcal{A}$ implica logicamente $\mathcal{B}$;
2. $\mathcal{B}$ implica logicamente $\mathcal{A}$;
3. $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono logicamente equivalenti;
4. $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$ è una formula soddisfacibile.