

# Logica e Reti Logiche

## Esercitazione

Francesco Pasquale

20 maggio 2021

**Esercizio 1.** Progettare un circuito che prenda in input 4 bit, che rappresentano un numero in codifica binaria, e restituisca 1 se il numero in input è divisibile per *tre* e 0 altrimenti.

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione booleana:

$$y = bc + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + b\bar{c} \quad (1)$$

1. Implementare la funzione in (1) usando soltanto un multiplexer 4:1;
2. Implementare la funzione in (1) usando un multiplexer 2:1, una porta OR e una porta NOT.

**Esercizio 3.** Costruire un circuito che prenda in input 3 bit e restituisca il bit di maggioranza (quindi deve restituire 1 se almeno due dei tre bit in input sono 1 e deve restituire 0 altrimenti).

**Esercizio 4.** Scrivere una formula in forma normale disgiuntiva (*somma di prodotti*) e una in forma normale congiuntiva (*prodotto di somme*) che corrispondano al circuito in Figura 1

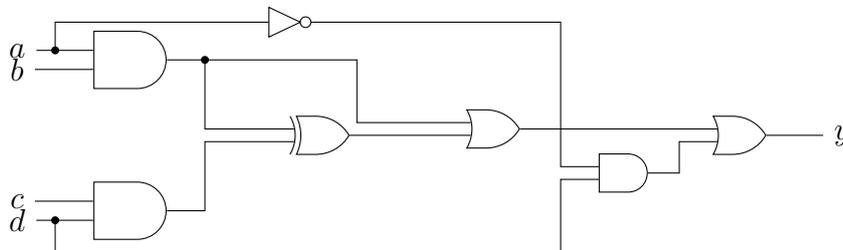


Figura 1: Un circuito combinatorio

**Esercizio 5.** Utilizzando soltanto blocchi *Half Adder* costruire un circuito che prenda in input un numero a 4 bit e lo incrementi di 1.

**Esercizio 6.** Costruire un circuito *Full Adder* utilizzando soltanto porte NOR.

**Esercizio 7.** Costruire un circuito che prenda in input un numero a 4-bit  $\mathbf{x}$  e restituisca il complemento a due di  $\mathbf{x}$  (per esempio, se  $\mathbf{x} = 1010$  il circuito deve restituire  $\mathbf{y} = 0110$ ).

**Esercizio 8.** Costruire un circuito che prenda in input un numero  $\mathbf{x}$  espresso in complemento a due a 4 bit e restituisca un numero in binario che rappresenti il valore assoluto di  $\mathbf{x}$  (per esempio, se  $\mathbf{x} = 0110$  ossia il numero  $6_{10}$ , il circuito deve restituire lo stesso numero,  $0110$ ; se invece  $\mathbf{x} = 1011$  ossia il numero  $-5_{10}$ , il circuito deve restituire la rappresentazione binaria del numero  $5_{10}$ :  $0101$ ).

**Esercizio 9.** Costruire un circuito che prenda in input due numeri  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  espressi in binario a 4 bit e restituisca 1 se  $\mathbf{x}_1 \geq \mathbf{x}_2$  e 0 altrimenti.

**Esercizio 10.** Costruire un circuito che prenda in input un numero  $\mathbf{x}$  a 4 bit e restituisca il numero  $\mathbf{y}$  ottenuto facendo uno *shift* verso sinistra delle cifre di  $\mathbf{x}$ , riempiendo lo spazio rimanente a destra con uno zero (per esempio, se  $\mathbf{x} = 0011$ , il circuito deve restituire  $\mathbf{y} = 0110$ ). Che operazione aritmetica sta eseguendo questo circuito?

**Esercizio 11.** Costruire un circuito che prenda in input un numero  $\mathbf{x}$  a 4 bit e un numero  $\mathbf{s}$  a 2 bit e faccia lo *shift* verso sinistra delle cifre di  $\mathbf{x}$  di tante posizioni quante sono quelle indicate da  $\mathbf{s}$ , riempiendo gli spazi rimanenti con degli zeri (per esempio, se  $\mathbf{x} = 0011$ , e  $\mathbf{s} = 10$  il circuito deve fare lo shift verso sinistra di due posizioni, quindi restituire  $\mathbf{y} = 1100$ ). Che operazione aritmetica sta eseguendo questo circuito?

**Esercizio 12.** Abbiamo costruito un *SR-Latch* utilizzando porte NOR. Cosa cambia se sostituiamo le porte NOR con porte NAND? Come costruiamo un *D-FlipFlop* utilizzando solo porte NAND e NOT?

**Esercizio 13.** Un *T-FlipFlop* ha un solo input, CLK, e un output  $Q$ . Ogni volta che CLK passa da 0 a 1, il valore di  $Q$  cambia (se è 0 diventa 1, se è 1 diventa 0). Progettare un *T-FlipFlop* utilizzando un *D-FlipFlop* e una porta NOT.

**Esercizio 14.** Un *JK-FlipFlop* ha un output,  $Q$ , e tre input: CLK,  $J$  e  $K$ . Ogni volta che CLK passa da 0 a 1, il valore di  $Q$  si aggiorna in questo modo:

- Se  $J = K = 0$  allora  $Q$  mantiene il suo valore precedente;
- Se  $J = K = 1$  allora  $Q$  cambia valore (se era 0 diventa 1, se era 1 diventa 0);
- Se  $J = 1$  e  $K = 0$  allora  $Q$  assume valore 1;
- Se  $J = 0$  e  $K = 1$  allora  $Q$  assume valore 0.

1. Progettare un *JK-FlipFlop* usando un *D-FlipFlop* e le opportune porte logiche;
2. Progettare un *D-FlipFlop* usando un *JK-FlipFlop* e le opportune porte logiche;
3. Progettare un *T-FlipFlop* usando un *JK-FlipFlop*.

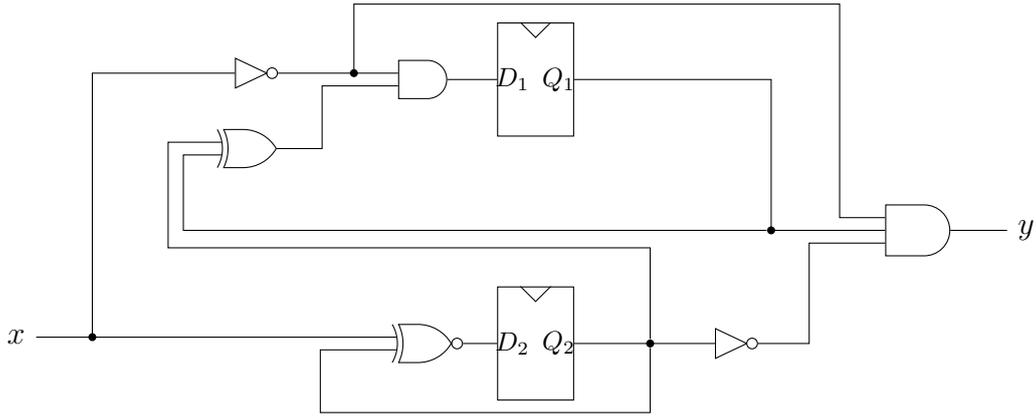


Figura 2: Un circuito sequenziale

**Esercizio 15.** Scrivere le equazioni, la tabella e il diagramma di stato del circuito in Figura 2.

**Esercizio 16.** Sia  $\mathcal{C}$  un circuito sequenziale con un  $D$ -FlipFlop, due input  $x_0, x_1$  e un output  $y$ . L'output  $Q$  del FlipFlop coincide con l'output  $y$  del circuito, mentre l'input  $D$  del FlipFlop è descritto dalla seguente equazione booleana

$$D = y \oplus (x_0 + x_1).$$

1. Derivare la tabella di stato e il diagramma di stato del circuito;
2. Disegnare il circuito.

**Esercizio 17.** Un circuito sequenziale con un ingresso  $x$ , un'uscita  $y$ , e due  $D$ -FlipFlop è descritto dalle seguenti equazioni:

$$D_1 = Q_1 \overline{Q_2} + x \quad D_2 = (Q_1 \oplus Q_2) \overline{x} \quad y = Q_1 Q_2 x$$

dove  $Q_i$  e  $D_i$  indicano rispettivamente lo stato corrente e lo stato futuro dell' $i$ -esimo FlipFlop, per  $i = 1, 2$ .

1. Derivare la tabella di stato e il diagramma di stato;
2. Disegnare il circuito.

**Esercizio 18.** Considerare il diagramma di stato di un automa a due stati in Figura 3

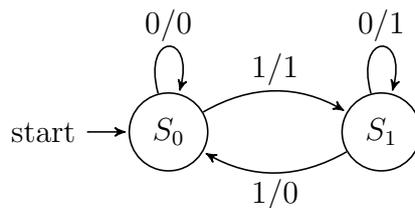


Figura 3: Un diagramma di stato

1. Qual è la sequenza dei primi sei bit in output  $(y_0, \dots, y_5)$ , se la sequenza dei primi sei bit in input  $(x_0, \dots, x_5)$  è  $(0, 0, 0, 1, 1, 1)$ ? e se è  $(1, 1, 1, 0, 0, 0)$ ? e se è  $(0, 1, 0, 1, 0, 1)$ ?
2. Spiegare a parole cosa calcola l'automa;
3. Disegnare un circuito che implementi il diagramma di stato.

**Esercizio 19.** Progettare un automa a stati finiti “alla Mealy” che legga una sequenza di bit e restituisca 1 ogni volta che gli ultimi quattro bit della sequenza sono 1101 e 0 altrimenti: disegnare il diagramma di stato, scrivere la tabella e le equazioni di stato e disegnare lo schema del circuito.

**Esercizio 20.** Ripetere l'esercizio precedente progettando un automa “alla Moore” invece che “alla Mealy”.

**Esercizio 21.** Progettare un automa a stati finiti che legga una sequenza di bit e restituisca 1 ogni volta che negli ultimi tre bit letti c'è una maggioranza di uni e restituisca 0 altrimenti.

**Esercizio 22.** Progettare un circuito che implementi l'automa dell'Esercizio 21.

**Esercizio 23.** È possibile progettare un automa a stati finiti che legga una sequenza di bit in input  $(x_0, x_1, x_2, \dots)$  e restituisca in output una sequenza di bit  $(y_0, y_1, y_2, \dots)$  che rappresenti il complemento a due del numero in input (l'ordine con cui vengono letti e restituiti i bit va dal bit meno significativo al più significativo<sup>1</sup>)? Se pensate che sia possibile progettate l'automa, altrimenti motivate la risposta.

**Esercizio 24.** Un *contatore binario* a  $n$  bit è un circuito sequenziale con un ingresso di RESET e  $n$  output, che rappresentano un numero fra 0 e  $2^n - 1$  espresso in binario. Quando il RESET viene attivato, tutti gli  $n$  bit in output vengono inizializzati a 0; successivamente, ad ogni ciclo di clock gli  $n$  bit in output devono rappresentare un numero incrementato di 1 rispetto al precedente.

1. Progettare un contatore binario a  $n$  bit usando un sommatore a  $n$  bit e un registro a  $n$  bit;
2. Progettare un contatore a quattro bit usando solo blocchi HALF-ADDER e FLIP-FLOP.

---

<sup>1</sup>Per esempio, se i primi quattro bit che riceve l'automa sono  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0$ , questi rappresentano il numero  $0011_2 = x_0 2^0 + x_1 2^1 + x_2 2^2 + x_3 2^3 = 3_{10}$ . L'automa dovrà restituire il complemento a due di questo numero, cioè  $1101_2 = 1 * 2^0 + 0 * 2^1 + 1 * 2^2 + 1 * 2^3 = -3_{10}$ , quindi la sequenza di bit  $y_0 = 1, y_1 = 0, y_2 = 1, y_3 = 1$ . Che sequenza dovrebbe restituire se il quinto bit che legge è  $x_4 = 0$ ? e se invece il quinto bit è  $x_4 = 1$ ?