

Logica e Reti Logiche

Anno Accademico: 2023-2024

Sessione Estiva - Primo Appello

Docente: Francesco Pasquale

26 giugno 2024

Ogni esercizio vale 6 punti. La sufficienza si raggiunge con 18 punti.

Esercizio 1. Dimostrare per induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$$

Esercizio 2. Sia \mathcal{S} il sistema assiomatico definito dai seguenti schemi di assiomi

$$\mathbf{A1} : X \rightarrow (Y \rightarrow X)$$

$$\mathbf{A2} : [X \rightarrow (Y \rightarrow Z)] \rightarrow [(X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z)]$$

e dalla regola di inferenza *Modus Ponens*. Dimostrare che nel sistema \mathcal{S}

$$\{p \rightarrow q\} \vdash (r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q)$$

Esercizio 3. Dire se la formula seguente è valida oppure no. In caso affermativo, dimostrarlo con il metodo dei tableaux, in caso negativo esibire un'interpretazione in cui la formula è falsa

$$\forall x \exists y P(x, y) \wedge \forall y \exists x Q(x, y) \rightarrow \exists x \exists y [P(x, y) \wedge Q(x, y)]$$

Esercizio 4. Progettare un circuito con quattro input e un output che implementi la seguente funzione booleana

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{cases} x_1 \oplus x_2 & \text{se } x_3 = x_4 \\ x_1 \wedge x_2 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Esercizio 5. Progettare una macchina alla Moore e una macchina alla Mealy che prendano in input una sequenza di bit e restituiscano in output 1 quando gli ultimi tre bit letti sono 100 e restituiscano 0 in tutti gli altri casi. Per ognuna delle due macchine, scrivere il diagramma e le equazioni di stato e disegnare il circuito.