Esercizi 1

1. Sia $Q = (1, -2)$ e $R = \{(2, 2) + t(1, -1) \mid t \in \mathbf{R}\}$. Calcolare la distanza di Q da R e il punto di R più vicino a Q.

2. Sia $P = (1, 2, -1)$ e $Q = (0, 1, -2)$. Quali dei punti seguenti appartiene alla retta passante per P e Q? (a) $P + Q$; (b) $Q + (-1, 2, 1)$; (c) $P + (3, 3, 3)$; (d) $P - 2Q$; (e) $Q + (5, 5, 5)$; (f) $P + (1, 3, 1)$.

3. Siano $L = \{(-1, -1, -1) + t(1, 1, 0) \mid t \in \mathbf{R}\}$ e $R = \{(1, 4, -1) + t(0, 1, -1) \mid t \in \mathbf{R}\}$. Calcolare $L \cap R$.

4. Determinare un punto $P \in V_2$ tale che la distanza tra $(1, 1)$ e la retta $R = \{P + t(3, -4) \mid t \in \mathbf{R}\}$ sia uguale a 1.

5. Siano $\mathbf{u} = (1, 2, -1)$, $\mathbf{v} = (-3, 2, 2)$ e $\mathbf{w} = (13, 2, -10)$. Sia inoltre $\mathbf{a} = 18\mathbf{u} - 19\mathbf{v} + 15\mathbf{w}$. Scrivere $\mathbf{a}$ come combinazione lineare di $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ in un modo diverso. (N.B. non dovete calcolare $\mathbf{a}$)

6. Per λ che varia in $\mathbf{R}$, sia L_λ la retta di V_3 definita da: $\begin{cases} x + z & = 0 \\ 3x + y + (\lambda - 1)z & = 1 \end{cases}$. Sia inoltre R la retta definita da $\begin{cases} x + y & = 1 \\ 2x + y + 3z & = 1 \end{cases}$. Determinare per quali $\lambda \in \mathbf{R}$ le rette L_λ e R si intersecano e, per tali valori di λ determinare il punto di intersezione.

7. Sia $\{A, B, C\}$ una base ortogonale di V_3 tale che $\| A \| = 2$, $\| B \| = \sqrt{2}$, $\| C \| = \sqrt{3}$. Sia $V = A + B + C$.
(a)Calcolare i coseni degli angoli tra V e, rispettivamente, A, B e C.
(b) Calcolare il coseno dell'angolo tra V e $2A - B - 3C$.

8. Si considerino le seguenti rette di V_2: $L = \{(1, -1) + t(1, 2)\}$ e $R : \; x + y = -3$. Quanti sono i punti P di V_2 tali che $\begin{cases} d(P, L) = \sqrt{5} \\ d(P, R) = \sqrt{2} \end{cases}$? calcolarne explicitamente due.

9. Considerare le seguenti rette di V_2: $L = \{(1, 1) + t(1, 3) \mid t \in \mathbf{R}\}$, $R : 3x - y = 4$, $S : x + 2y = 6$. Descrivere i seguenti luoghi e trovarne le equazioni:
(a) il luogo dei punti P di V_2 tali che $d(P, L) = 10$;
(b) il luogo dei punti P di V_2 tali che $d(P, L) = d(P, R)$;
(c) il luogo dei punti P di V_2 tali che $d(P, L) = d(P, S)$.

10. Sia $P = (1, -1)$ e $R = L((3, -4)$. Trovare tutte le rette S parallele a R tali che $d(P, S) = 10$.