

Esercizi 12

1. Per t che varia in \mathbf{R} si consideri la matrice $A_t = \begin{pmatrix} 4 & t+6 & t-1 & t-1 \\ t+1 & 2t+5 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & t-1 & t-1 \\ 3 & 7 & t-2 & t-3 \end{pmatrix}$.

(a) Stabilire per quali $t \in \mathbf{R}$ si ha che $\det A_t = 0$.

(b) Stabilire per quali $t \in \mathbf{R}$ si ha che il sistema lineare di matrice *completa* A_t ha soluzione, e, per tali t , calcolarne le soluzioni (suggerimento: usare il punto precedente).

(c) Stesse domande per $C_t = \begin{pmatrix} t+2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & t+2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & t+2 & 1 \\ 1 & t+3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Per t che varia in \mathbf{R} sia $A_t = \begin{pmatrix} t-1 & 2t & 4t & 1 \\ 2t-2 & 1 & 2 & 3 \\ t-1 & -t & -2t & 1 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Calcolare $\det A_t$ in funzione di t . (b) Calcolare, per ogni $t \in \mathbf{R}$, il rango di A_t (suggerimento: usare il punto precedente).

3. Per t che varia in \mathbf{R} siano $A_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & t+2 & 0 & 0 \\ t+1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & t+2 & 2 \\ 0 & t+2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(t+2) \end{pmatrix}$.

(a) Determinare i t tali che A_t non è invertibile. Fare lo stesso con B_t .

(b) Calcolare, al variare di $t \in \mathbf{R}$, il rango delle matrici $A_t B_t$ e $B_t A_t$ (suggerimento: usare il punto precedente).

(c) Per a che varia in \mathbf{R} si consideri il vettore $C_a = \begin{pmatrix} 1 \\ a+1 \\ 1 \\ a+1 \end{pmatrix}$. Determinare tutte le coppie

(t, a) tali che il sistema $a_t B_t X = C_a$ ha: (i) soluzione unica; (ii) nessuna soluzione, (iii) infinite soluzioni (suggerimento: usare il punto precedente).

4. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

1.