

Esercizi 1

1. Siano $A = (1, -3, 2)$, $B = (2, 2, -1)$. (a) Trovare $C \in L(B)$ tale che $\underline{O}$, A e C siano i vertici di un triangolo rettangolo.
(b) Calcolare il coseno dell'angolo tra A e B .
(c) Trovare tutti i vettori di norma 2 aventi la stessa direzione di A .

2. Siano $A = (1, -1, -1)$ e $B = (1, 2, 3)$. Trovare un vettore con la stessa direzione di A ed un vettore D ortogonale ad A tali che

$$2A - B = C + D$$

3. Siano $A = (1, 1, -1)$, $B = (5, 2, -4)$ e $C = (2, 2, 3)$. Trovare tutti i vettori $D \in L(A, B)$ che sono perpendicolari a C .

4. Per le seguenti scelte di sottoinsiemi ordinati $S \subset V_3$ determinare quale tra gli enunciati sotto è corretto, e spiegare perchè.

(a) $S = \{(1, 1, 0), (1, 2, 1), (0, 1, 1)\}$.

(b) $S = \{(1, 1, 0), (1, 2, 1)\}$.

(c) $S = \{(1, 1, 0), (1, 2, 1), (1, 0, 3)\}$

o Ogni vettore di V_3 è generato in modo unico da S .

o Nessun vettore di V_3 è generato in modo unico da S .

o Vi sono vettori in V_3 , ma non tutti, che sono generato in modo unico da S .

5. Siano $A = (1, 1, -1)$, $B = (5, 2, -4)$ e $C = (2, 2, 3)$. Trovare tutti i vettori $D \in L(A, B)$ che sono perpendicolari a C .

6. Siano $A = (1, 1, 1)$ e $B = (2, 0, 1)$.

(a) Dare un esempio di un vettore $C \in V_3$, non parallelo ad A e B , tale che $\{A, B, C\}$ è un insieme di vettori linearmente dipendenti.

(b) Esistono vettori $D \in V_3$ tali che $\{A, B, C\}$ è un insieme linearmente indipendente? In caso di risposta affermativa esibirne uno.

(c) Esistono due vettori $E_1, E_2 \in V_3$ tali che $\{A, B, E_1, E_2\}$ è un insieme linearmente indipendente? In caso di risposta affermativa mostrare almeno un esempio di due tali vettori.

7. Siano $A, B, C \in V_3$. Dimostrare oppure smentire con un controesempi le seguenti affermazioni.

(a) Se $\{A, B, C\}$ è un insieme linearmente indipendente allora lo è anche l'insieme $\{A+2B, A+B-C, A+B\}$.

(b) L'insieme $\{A+2B, A+B-C, -A+2C\}$ può essere linearmente indipendente anche se l'insieme $\{A, B, C\}$ è dipendente.

(c) L'insieme $\{A+2B, A+B-C, -A+$