

Università degli Studi di Roma Tor Vergata
Corso di Studi in Ingegneria Elettronica, A.A. 2007/2008
Geometria e Algebra I modulo
II esercitazione

1. Si dimostri che, per ogni coppia di vettori A e B in V_n , risulta:

$$\|A + B\|^2 + \|A - B\|^2 = 2(\|A\|^2 + \|B\|^2).$$

(Esercizio 20, pag 29) (**Osservazione:** $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$)

2. Descrivere in termini vettoriali il seguente teorema geometrico: *la somma dei quadrati dei lati di un quadrilatero supera la somma dei quadrati delle diagonali di quattro volte il quadrato del segmento che congiunge i punti medi delle diagonali* (Esercizio 21, pag 29)
3. un vettore $A \in V_n$ ha lunghezza 6. Un vettore $B \in V_n$ ha la seguente proprietà: per ogni coppia di scalari x, y , i vettori $xA + yB$ e $4yA - 9xB$ sono ortogonali. Si calcoli la lunghezza di B e la lunghezza di $2A + 3B$. (Esercizio 22, pag 29)

4. Determinare la proiezione di A lungo B se:

- $A(1, 2, 3)$ e $B(1, 2, 2)$
- $A(4, 3, 2, 1)$ e $B(1, 1, 1, 1)$

(Esercizi 1-2, pag 33)

5. Sia $A = (6, 3, -2)$ e α, β, γ gli angoli che ha forma con i versori coordinati $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. Calcolare i coseni direttori di A e tutti i versori paralleli ad A . (Esercizio 3, pag 33)

6. Dimostrare che l'angolo formato dai vettori $A = (1, 2, 1)$ e $B = (2, 1, -1)$ è doppio di quello formato dai vettori $C = (1, 4, 1)$ e $D = (2, 5, 5)$ (Esercizio 4, pag 34)

7. Tre vettori A, B e C verificano le seguenti proprietà:

- $\|A\| = \|C\| = 5$
- $\|B\| = 1$
- $\|A - B + C\| = \|A + B + C\|$

Calcolare l'angolo tra B e C sapendo che l'angolo tra A e B è $\pi/8$.

(Esercizio 6, pag 34)