Università degli Studi di Roma Tor Vergata
Corso di Studi in Ingegneria Elettronica, A.A. 2007/2008
Geometria e Algebra I modulo

1. Siano $A = (2, 1)$ e $B = (1, 3)$. provare che ogni vettore $C(c_1, c_2)$ di V_2 può essere espresso nell forma $C = xA + yB$. Si esprimano x e y in termini di c_1 e c_2. (Esercizio 5, pag 22)

2. Siano $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 1, 1)$ e $C = (1, 1, 0)$ e sia $D = xA + yB + zC$.

   (a) Determinare le componenti di D

   (b) Dimostrare che, se $D = \mathbf{0}$, allora$x = y = z = 0$

   (c) Determinare x, y, z tali che $D = (1, 2, 3)$.

   (Esercizio 6, pag 22)

3. Siano $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 1, 1)$ e $C = (2, 1, 1)$ e sia $D = xA + yB + zC$.

   (a) Determinare le componenti di D

   (b) Determinare le componenti di D non tutte nulle, tali che $D = \mathbf{0}$

   (c) Dimostrare che, per nessuna scelta di x, y, z risulta $D = (1, 2, 3)$.

   (Esercizio 7, pag 22)

4. Dati $A = (2, 4, -7)$, $B = (2, 6, 3)$ e $C = (3, 4, -5)$. In ciascuna delle seguenti scritture esiste un unico modo di inserire le parentesi, in modo da ottenere un'espressione sensata. inserire le parentesi e svolgere le relative operazioni

   (a) $A \cdot B$

   (b) $A \cdot B + C$

   (c) $A + B \cdot C$

   (d) $AB \cdot C$

   (e) $A/B \cdot C$

   (Esercizio 2, pag 28)

5. Siano $A = (2, 1, -1)$ e $B = (1, -1, 2)$. Determinare un vettore non nullo C tale che $A \cdot C = B \cdot C = 0$ (Esercizio 5, pag 28)

6. Siano $A = (1, -2, 3)$ e $B = (3, 1, 2)$. Determinare degli scalari x e y tali che il vettore $C = xA + yB$ sia non nullo e tale che $B \cdot C = 0$ (Esercizio 6, pag 28)

7. Siano $A = (2, -1, 2)$ e $B = (1, 2, -2)$. Determinare due vettori C e D tali che valgano le seguenti condizioni:

$$A = C + D, \quad B \cdot D = 0, \quad C \parallel B.$$

(Esercizio 7, pag 28)

8. Dati $A = (1, -2, 3)$, $B = (3, 1, 2)$. In ciascun caso, determinare un vettore C di lunghezza 1 che sia parallelo al vettore

   (a) $A + B$

   (b) $A - B$

   (c) $A + 2B$

   (d) $A - 2B$

   (e) $2A - B$

   (Esercizio 11, pag 29)

9. Siano $A = (1, -1, 2)$ e $B = (2, 1, -1)$. Determinare un vettore $C \neq \mathbf{0}$ e tale che $A \cdot C = B \cdot C = 0$ (Esercizio 15, pag 29)

10. Siano $A = (2, -1, 1)$, $B = (1, 2, -1)$ e $C = (1, 1, -2)$. Determinare un vettore $D = xB + yC$ di lunghezza 1 e tale che $A \cdot C = 0$ (Esercizio 18, pag 29)

11. Dati due vettori $A, B \in V_n$, risulta:

$$||A + B||^2 - ||A - B||^2 = 4A \cdot B.$$

In particolare si dimostri che A e B sono perpendicolari se e soltanto se $||A+B|| = ||A-B||$. Dare una interpretazione geometrica della proprietà sopra esposta. (Esercizio 19, pag 29) (**Osservazione:** $(a+b)^2-(a-b)^2 = 4ab$)

12. Dati due vettori $A, B \in V_n$, risulta:

$$||A + B||^2 + ||A - B||^2 = 2||A||^2 + 2||B||^2.$$

Dare una interpretazione geometrica della proprietà sopra esposta. (Esercizio 20, pag 29) (**Osservazione:** $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$)