

GEOMETRIA ED ALGEBRA. ALCUNE DOMANDE DI RICAPITOLAZIONE, 1.

1. Quale insieme viene denotato con \mathcal{V}_n ?
2. Qual è la relazione tra il prodotto scalare di due vettori di \mathcal{V}_n e l'angolo compreso tra essi?
3. Cosa si intende per *proiezione (ortogonale)* di un vettore lungo un altro vettore ?
4. Che cosa si intende per *spazio lineare generato da un insieme di vettori* ?
5. Che cosa si intende per *insieme linearmente dipendente/indipendente di vettori* ?
6. Che cosa si intende per *base di \mathcal{V}_n* ?
7. Scegliere le risposte giuste e motivarle. Cinque vettori in \mathcal{V}_4 sono:
 - sempre linearmente indipendenti, • linearmente dipendenti solo se ce ne sono due proporzionali tra loro,
 - linearmente indipendenti solo se sono ortogonali a due a due, • sempre linearmente dipendenti.
8. Scegliere le risposte giuste e motivarle. Quattro vettori in \mathcal{V}_4 sono una base di \mathcal{V}_4 :
 - sempre, • solo se sono ortogonali a due a due, • solo se sono linearmente indipendenti; • solo se non contengono una coppia di vettori proporzionali.
9. Scegliere le risposte giuste e motivarle. Due vettori non nulli in \mathcal{V}_n :
 - sono linearmente indipendenti se e solo se generano un piano, • sono linearmente indipendenti se e solo se non sono proporzionali, • sono linearmente indipendenti se e solo se non generano il vettore nullo;
 - sono sempre linearmente indipendenti; • sono linearmente indipendenti se e solo c'è una base di \mathcal{V}_n che li contiene.
10. Quando due equazioni parametriche vettoriali corrispondono alla stessa retta?
11. Quando due equazioni parametriche vettoriali corrispondono allo stesso piano?
12. Che cosa si intende per distanza di un punto da una retta di \mathcal{V}_2 , e come si calcola?
13. Che cosa si intende per distanza di un punto da un piano di \mathcal{V}_3 , e come si calcola?
14. Dati tre punti $P, Q, R \in \mathcal{V}_3$, esiste sempre un piano di \mathcal{V}_3 che li contiene? È sempre unico?
15. La nozione di prodotto vettoriale è legata alla nozione di area. In che modo?
16. La nozione di prodotto misto è legata alla nozione di volume. In che modo?
17. Il prodotto vettoriale di due vettori dipendenti è sempre nullo?
18. Il determinante di una matrice 3×3 può essere uguale a zero? Se sì, datene un esempio.
19. Siano A e B due vettori indipendenti. Il determinante di una matrice che ha A e B come prime due colonne può essere zero? Se sì, datene un esempio.