

Esercizi 11.01.2007

1. Diagonalizzare le seguenti forme quadratiche. Per ciascuna di esse, scrivere la matrice associata A , (rispetto alla base canonica), trovare la base ortonormale diagonalizzante e la matrice ortogonale C tale che $C^T A C$ è diagonale. Studiarne inoltre il segno.

- (a) $Q(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$.
- (b) $Q(x, y, z) = -2x^2 - 5y^2 + 12yz + 7z^2$.
- (c) $Q(x, y, z) = 4xy + 3y^2 + z^2$.
- (d) $Q(x, y, z) = 25x^2 - 7y^2 + 48yz + 7z^2$.
- (e) $Q(x, y, z) = \sqrt{2}(x^2 + y^2 + z^2) + 2x(y - z)$

2. Studiare la forma quadratica $Q_t(x, y) = tx^2 - 2xy + (1+t)y^2$ al variare di $t \in \mathbf{R}$. (cioè trovare per quali t la forma quadratica è definita o semidefinita positiva, definita o semidefinita negativa, indefinita).

3. Ridurre le equazioni delle coniche seguenti in forma canonica, determinare il relativo cambiamento di coordinate, trovarne gli assi e l'eventuale centro di simmetria, e studiarne tutti gli aspetti geometrici studiati nella prima parte del corso (centro, assi, fuochi, semiassi ecc.).

- (a) $5x^2 + 5y^2 - 6xy + 16\sqrt{2}x + 38 = 0$.
- (b) $5x^2 - 8xy + 5y^2 + 18x - 18y + 9 = 0$
- (c) $2x^2 - 2\sqrt{3}xy + 2x + 2\sqrt{3}y - 5 = 0$
- (d) $x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 2y = 0$