

Corso di Fondamenti di Analisi Matematica
a.a. 2012-13

G. Morsella

Esercizi del 31/5/13

1. Siano (Y, \mathfrak{N}, ν) uno spazio di misura, X un insieme e $f : Y \rightarrow X$ una funzione. Posto

$$\mathfrak{M} := \{B \subset X : f^{-1}(B) \in \mathfrak{N}\}, \quad \mu(B) := \nu(f^{-1}(B)), \quad B \in \mathfrak{M},$$

si verifichi:

- (a) (X, \mathfrak{M}, μ) è uno spazio di misura;
(b) $g \in L^1(X, \mu)$ se e solo se $g \circ f \in L^1(Y, \nu)$ e in tal caso

$$\int_X g d\mu = \int_Y (g \circ f) d\nu.$$

2. Sia $A : D(A) \rightarrow H$ autoaggiunto. Si verifichi che allora A è hermitiano massimale, cioè se $B \supset A$ è hermitiano, allora $B = A$.