Programma del corso di Calcolo 2
Corso di Laurea Triennale in Chimica
Anno Accademico 2011-12

Roma, 18 gennaio 2012

1. **Cenni sui numeri complessi**

   Definizione del campo complesso $\mathbb{C}$. Definizioni di somma, prodotto, coniugato e modulo. Forma algebrica e forma trigonometrica dei numeri complessi. Prodotto, rapporto, potenze e radici di numeri complessi in forma trigonometrica. Equazioni nel campo complesso. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dim.).

2. **Serie numeriche**

   (a) *Generalità.* Concetto di serie numerica come limite delle somme parziali. Condizione necessaria per la convergenza. Linearità della somma e indipendenza del carattere da un numero finito di termini. Criterio di convergenza di Cauchy. Esempi: serie geometrica e armonica, serie telescopiche.

   (b) *Serie a termini non negativi.* Criteri del confronto, del confronto asintotico, del rapporto, della radice (senza dim.), di Raabe (senza dim.), di condensazione (senza dim.), del confronto integrale.

   (c) *Serie a termini di segno arbitrario.* Convergenza semplice e assoluta. Criteri del rapporto e della radice come criteri sufficienti per convergenza/non convergenza semplice. Criterio di Leibniz per serie a segni alterni e maggiorazione del resto.

3. **Equazioni differenziali ordinarie**

   (a) *Equazioni del primo ordine.* Concetto di equazione differenziale e suo integrale generale. Problema di Cauchy. Funzioni lypschitziane. Teoremi di esistenza e unicità locale e globale per il problema di Cauchy (senza dim.). Teorema di esistenza di Peano per il problema di Cauchy (senza dim.). Equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari del primo ordine a coefficienti variabili omogenee e non omogenee. Determinazione dell'integrale generale. Metodo di variazione delle costanti.

   (b) *Equazioni del secondo ordine.* Funzioni lypschitziane di due variabili. Teoremi di esistenza e unicità locale e globale per il problema di Cauchy (senza dim.). Equazioni lineari del secondo ordine. Esistenza e unicità globale. Wronskiano. Soluzioni indipendenti, linearità dello spazio delle soluzioni. Determinazione dell'integrale generale. Metodo di variazione delle costanti. Equazioni lineari a coefficienti costanti. Equazione caratteristica e integrale generale dell'equazione omogenea. Integrali particolari dell'equazione non omogenea con particolari termini noti (polinomi, esponenziali, funzioni trigonometriche). Oscillazioni forzate e risonanza.

   (c) *Equazioni lineari a coefficenti costanti di ordine n.* Esempi.

4. **Calcolo differenziale per funzioni di due variabili reali**

   (a) *Elementi di topologia in $\mathbb{R}^2$.* Intorni circolari, punti interni, esterni, di frontiera, di accumulazione e isolati di un insieme. Insiemi aperti e chiusi, chiusura di un insieme. Insiemi limitati. Insiemi connessi.

(b) *Limiti e funzioni continue di due variabili.* Nozione di limite finito e infinito. Unicità del limite. Permanenza del segno. Teorema dei carabinieri. Operazioni con i limiti. Limite lungo una direzione fissata. Funzioni continue e loro proprietà. Teorema di Weierstrass (senza dim.). Continuità delle funzioni composte. Teorema dei valori intermedi. Continuità uniforme. Teorema di Heine-Cantor (senza dim.).

(c) *Funzioni differenziabili.* Derivate parziali prime e seconde. Teorema di Schwarz (senza dim.). Funzioni differenziabili. Rapporti tra continuità, derivabilità e differenziabilità. Teorema del differenziale totale (senza dim.). Esempi. Derivabilità delle funzioni composte. Derivate direzionali e differenziabilità. Gradiente. Funzioni con gradiente nullo in un connesso. Formula di Taylor al primo ordine con resti di Lagrange e di Peano.

(d) *Punti estermali.* Massimi e minimi relativi e assoluti. Punti critici. Condizione necessaria del primo ordine per un punto estremale. Forme quadratiche su $\mathbb{R}^2$ definite positive, negative, indefnite. Hessiano. Condizione sufficiente del secondo ordine per un punto estremale. Massimi e minimi assoluti di funzioni continue su insiemi chiusi e limitati.

5. **Calcolo integrale per funzioni di due variabili reali**

   (a) *Misura secondo Peano-Jordan.* Intervalli e plurintervalli in $\mathbb{R}^2$ e loro misura. Misura interna ed esterna di un insieme. Insiemi misurabili. Domini normali e loro misura (senza dim.). Additività della misura dei domini normali.

   (b) *Integrale di una funzione di due variabili su un dominio normale.* Somme parziali inferiori e superiori. Monotonia delle somme parziali (senza dim.). Nozione di integrabilità di una funzione limitata. Integrabilità delle funzioni continue. Formule di riduzione. Interpretazione geometrica dell'integrale: volumi di solidi. Teorema di Guldino sui volumi di solidi di rotazione. Teorema di cambiamento di variabili (senza dim.). Coordinate polari.

6. **Curve parametriche**

   Curve parametriche in $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$. Curve semplici e chiuse. Retta e vettore tangente ad una curva, curve regolari. Curve in coordinate polari. Curve rettificabili. Rettificabilità di curve C^1 e loro lunghezza (senza dim.). Curve equivalenti e cambiamenti di parametro. Integrali curvilinei.

7. **Forme differenziali e campi vettoriali**

   Forme differenziali e campi vettoriali. Lavoro di un campo vettoriale e campi conservativi. Integrale di una forma differenziale su una curva. Forme differenziali esatte e loro caratterizzazioni in termini di integrali su curve. Forme differenziali chiuse. Esattezza di forme chiuse su aperti stellati. Esattezza di forme chiuse su aperti semplicemente connessi (senza dim.). Fattore integrante di una forma differenziale.

Riferimenti bibliografici

N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, *Elementi di Analisi Matematica 2. Versione semplificata per i nuovi corsi di laurea*, Liguori (2001).