

Tutorato del corso di Analisi III  
a.a. 2011-12

2/11/2011

1. Calcolare il volume dei solidi seguenti:

- (a) il tetraedro di vertici  $(0, 0, 0)$ ,  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, b, 0)$  e  $(0, 0, c)$ , con  $a, b, c > 0$ ;
- (b) la calotta sferica ottenuta intersecando la sfera di raggio  $r > 0$  centrata nell'origine con il semispazio  $z \geq a$ ,  $0 < a < r$ .

[Soluzioni: (a)  $abc/6$ ; (b)  $\frac{2\pi}{3}(r^3 - \frac{3}{2}ar^2 + \frac{a^3}{2})$ .]

2. Calcolare gli integrali tripli seguenti, sui domini indicati:

- (a)  $\iiint_E e^y \sqrt{x^2 - z^2} dx dy dz$ ,  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^3\}$ ;
- (b)  $\iiint_E (x^2 + y^2) dx dy dz$ ,  $E$  la palla unitaria;
- (c)  $\iiint_E (x^2 + y^2)^\alpha dx dy dz$ ,  $E$  il dominio delimitato dal cilindro di equazione  $x^2 + y^2 = 1$  e dai piani di equazioni  $z = 0$  e  $x + y/2 + z = 3$ ,  $\alpha > 0$ ;
- (d)  $\iiint_E (x^2 + y^2 + z^2)^{1/3} dx dy dz$ ,  $E$  il dominio contenuto all'interno della semisfera di centro l'origine e raggio 1 contenuta nel semispazio  $z \geq 0$  ed all'esterno del cono di equazione  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

[Soluzioni: (a)  $\frac{\pi}{12}(e - 2)$ ; (b)  $\frac{8\pi}{15}$ ; (c)  $\frac{3\pi}{\alpha+1}$ ; (d)  $\frac{3\pi}{11}(2 - \sqrt{2})$ .]