

ANALISI MATEMATICA 3
Titolare del corso Prof. M. Matzeu
Compito del 01/02/2012

- 1) Dimostrare che la seguente funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 \sqrt[3]{x^2}}{x^2 + |y|^3} \sqrt{x^2 + y^2} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è differenziabile nel punto $(0, 0)$.

- 2) Calcolare i punti di massimo e di minimo relativo della funzione

$$g(x, y) = x(x + y)e^{y-x}.$$

- 3) Sia T un tronco di cono circolare retto di altezza h e raggi di base a, b ($b > a$).
Determinare la distanza del baricentro di T da una delle due basi.

- 4) Data la forma differenziale lineare

$$\omega(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 4y^2}} + 3 \log(1 + x^2) \right) dx + \left(\frac{4y}{\sqrt{x^2 + 4y^2}} + e^{-y^2} \right) dy,$$

calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\partial D^+} \omega$ dove D è il rettangolo di $\mathbb{R}^2$ delimitato dalle rette di equazione $y = \pm 1, y = \pm 2$.

- 5) Sia data la curva piana di equazioni parametriche

$$\gamma(t) = \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \int_1^t \frac{1}{u} e^{t/u} du \end{cases} \quad t \in \left[\frac{1}{2}, 2 \right].$$

- (a) Dimostrare che γ è regolare.
(b) Scrivere l'equazione della retta tangente a γ nel punto $(1, 0)$.