

Programma del corso di Introduzione all'Analisi Funzionale

Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura e Applicata
Anno Accademico 2009-2010

1. Spazi di Banach.

Definizioni ed esempi. Norme equivalenti. Spazi normati finito-dimensionali. Spazio duale ed esempi. Il duale di $C_0(X)$. Quozienti e somme dirette di spazi normati e loro duali. Teorema di Hahn-Banach e conseguenze. Separazione di insiemi convessi. Spazi riflessivi ed esempi. Operatori limitati su uno spazio normato. Teorema dell'applicazione aperta. Teorema del grafico chiuso. Principio dell'uniforme limitatezza. Sottospazi complementari di uno spazio di Banach.

2. Topologie deboli.

Spazi vettoriali topologici. Topologia definita da una famiglia di seminorme e spazi localmente convessi. Un esempio di spazio vettoriale topologico non localmente convesso. Topologia debole e topologia *debole. Funzionali debolmente continui. Teorema del bipolare. Teorema di Tychonov (cenno di dim.). Teorema di Banach-Alaoglu. Punti estremali di un convesso, teorema di Krein-Milman e applicazioni. Teorema di Stone-Weierstrass.

3. Spazi di Hilbert.

Basi ortonormali ed esempi. Operatori unitari. Sistema trigonometrico e serie di Fourier in $L^2(\mathbb{T})$. Operatori limitati su uno spazio di Hilbert. Operatore aggiunto. Operatori compatti e operatori di rango finito. Operatori integrali su $L^2(\mu)$. Spettro di un operatore. Teoria di Riesz-Schauder e teorema dell'alternativa di Fredholm per operatori compatti su uno spazio di Banach. Operatori di Volterra. Problema di Dirichlet (cenni). Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti su uno spazio di Hilbert. Teoria di Sturm-Liouville.

Testi consigliati:

J. B. Conway, *A Course in Functional Analysis*.

W. Rudin, *Analisi Reale e Complessa*.

M. Reed, B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics*.

A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin, *Elementi di Teoria delle Funzioni e di Analisi Funzionale.*

G. K. Pedersen, *Analysis Now.*