

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA  
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI  
Corso di Laurea in Matematica

Prova scritta di Analisi Matematica 4

7 giugno 2010

Gli studenti del nuovo ordinamento devono svolgere gli esercizi da 1) a 5), mentre quelli del vecchio ordinamento gli esercizi da 1) a 3) e poi gli esercizi 6) e 7).

- 1) Calcolare il flusso del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$  attraverso il settore del paraboloido di rotazione

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2}$$

contenuto nel cilindro

$$x^2 + y^2 \leq 4.$$

- 2) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 6 \cos 3x, \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$$

- 3) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 3y + \frac{e^{9x}}{y^2}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 4) Trovare lo sviluppo di Fourier della funzione  $f$  periodica di periodo  $2\pi$  tale che

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [-\pi, 0], \\ \sin x & \text{se } x \in (0, \pi), \end{cases}$$

e discuterne la convergenza.

- 5) Studiare la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-3)^n \frac{2n+1}{n^2+n} (x^2-1)^n.$$

- 6) Si verifichi che il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{1}{1 + (x - y^2)^2} (\mathbf{i} - 2y\mathbf{j})$$

è integrabile nel piano e se ne calcoli una primitiva.

- 7) Calcolare l'integrale doppio della funzione  $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2$  esteso al dominio piano  $D$  delimitato dalla parabola  $y = x^2$  e dalla retta  $y = 1$ .