

Analisi Matematica 4
A.A. 2008/2009,
Prof. Claudio D'Antoni

8 Febbraio 2010

1. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = (x - 2) \cos(2 \arctan(x)) \\ x(0) = \alpha \end{cases}$$

- (i) Provare che le soluzioni massimali sono definite su tutto \mathbb{R} .
- (ii) Sia x_α la soluzione massimale tale che $x_\alpha(0) = \alpha$. Studiare le monotonia di x_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
- (iii) Studiare i limiti $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} x_\alpha(t)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
- (iv) Trovare le soluzione di equilibrio e studiarne la stabilità.

2. Studiare la convergenza al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ si

$$\int_D \left(\frac{x}{y}\right)^\alpha dy dx ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - y < 0, 0 < x\} .$$

3. Calcolare l'integrale

$$\int_\Sigma \frac{z + y^2}{1 + 4(x^2 + y^2)} d\sigma$$

dove Σ é la porzione della superficie $z = x^2 - y^2$ su

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1, x^2 + 4y^2 \leq 4\} .$$