

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA

ESERCITAZIONE CORSO DI ANALISI MATEMATICA I

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA

ESERCITATORE: DANIELE PASQUAZI

pasquazi@mat.uniroma2.it

20 gennaio 2026

1. Trovare i valori di $\beta \in \mathbb{R}$ per cui risultano convergenti i seguenti integrali impropri

1.a
$$\int_1^{+\infty} \frac{\log\left(1 + \frac{1}{x}\right)^\beta}{\sqrt{x} + 1} dx$$

1.b
$$\int_1^{+\infty} \frac{\left|\frac{1}{x} - \sin\left(\frac{1}{x}\right)\right|^\beta}{\arctg x} dx$$

1.c
$$\int_1^2 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{(x-1)^\beta} dx$$

1.d
$$\int_2^{+\infty} \frac{\arctg(x+7)}{x(\log(x+2))^\beta} dx$$

1.e
$$\int_{-1}^{+\infty} \frac{\arctg(x^2+3)}{(x+2)(x+1)^\beta} dx$$

1.f
$$\int_0^{+\infty} \frac{x(1-\cos x)e^{-x}}{\arctg(x)^\beta} dx$$

2. Studiare l'andamento delle seguenti funzioni al variare del parametro $k > 0$

$$y = f(x) = \frac{ke^x + 1}{e^x + k}$$

3. Calcolare i seguenti numeri complessi

3.a
$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{40}$$

3.b

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$$

3.c

$$\sqrt{i}$$

4. Risolvere le seguenti equazioni a variabile complessa.

4.a
$$z^2 + 2iz + 3 = 0$$

4.b

$$\left(\frac{2z+1}{2z-1}\right)^4 = 1$$

4.c

$$z^5 - 1 = 0$$

4.d
$$z^3 + 1 = 0$$

4.e

$$z \cdot \bar{z} = 4$$

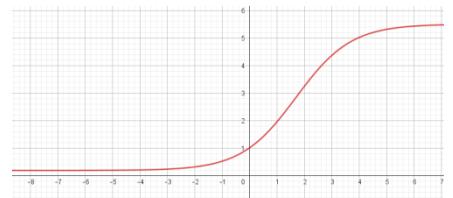
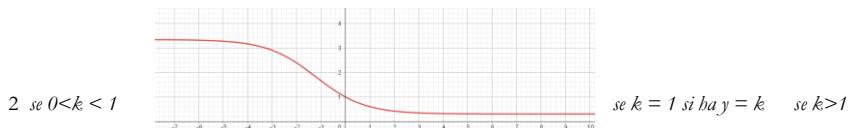
4.f

$$\bar{z}^3 = -\frac{1}{|z|}$$

Soluzioni

(1.a) converge per $\beta > \frac{1}{2}$; (1.b) converge per $\beta > \frac{1}{3}$; (1.c) converge per $\beta < 2$.

1. d converge se $\beta > 1$; 1. e converge se $0 < \beta < 1$; 1. f converge se $\beta < 4$



$$(4.d) z_1 = -1, z_{2,3} = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} ; (4.e) 2(\cos\theta + i\sin\theta) ; (4.f) z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, z_2 = -1; z_3 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$