UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA

ESERCITAZIONE CORSO DI ANALISI MATEMATICA I

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA

ESERCITATORE: DANIELE PASQUAZI

pasquazi@mat.uniroma2.it

16 gennaio 2023

1. Determinare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy con equazione differenziale del primo ordine.

1.a $\begin{cases} y'(t) = y + t \\ y(1) = e - 2 \end{cases}$

1.b $\begin{cases} y'(t) = \dfrac{y(t)}{t} + t^2\, e^t \\ y(1) = -1 \end{cases}$

1.c $\begin{cases} y'(t) = -\dfrac{2}{t+1} y(t) + \dfrac{1}{t+1} \\ y(0) = 3 \end{cases}$

1.d $\begin{cases} y'(t) = \dfrac{y(t)}{\sqrt{t}} + \sqrt{t} \\ y(1) = 1/2 \end{cases}$

1.e $\begin{cases} y'(t) = 2t\sqrt{1 - y^2(t)} \\ y(0) = 0 \end{cases}$

1.f $\begin{cases} y'(t) = t(8y(t) + 1) \\ y(1) = 7/8 \end{cases}$

1.g $\begin{cases} y'(t) = \dfrac{1 + y^2(t)}{2t^2 y(t)} \\ y(1) = -1 \end{cases}$

1.h $\begin{cases} y'(t) = \cos^2 y(t) \\ y(0) = \pi/4 \end{cases}$

1.i $\begin{cases} y'(t) = \left(y(t) + cos^2(t)\right)\sin(t) \\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases}$

1.i $\begin{cases} y'(t) = -\dfrac{2}{t+1} y(t) + \dfrac{1}{t+1} \\ y(0) = 3 \end{cases}$

Determinare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy con equazione differenziale del secondo ordine.

2.a $\begin{cases} y''(t) + 9y(t) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$

2.b $\begin{cases} y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

2.c $\begin{cases} 4y''(t) + 4y'(t) + y(t) = 0 \\ y(0) = 1/\sqrt{2} \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

2.d $\begin{cases} y''(t) + 3y'(t) - 4y(t) = 4 + 17\sin(t) \\ y(0) = -1/2 \\ y'(0) = 1/2 \end{cases}$

2.e $\begin{cases} y''(t) + y(t) = \sin(2t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

2.f $\begin{cases} y''(t) - y'(t) - 6y(t) = -e^{4t} + 6 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1/3 \end{cases}$

Soluzioni

$(1.e)\ \mathrm{y(t)} = \sin(\mathrm{t}^2)\ con\ -\sqrt{\dfrac{\pi}{2}} < t < \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$; $(1.i)\ y(t) = \dfrac{3 + t + \frac{t^2}{2}}{(t+1)^2}$; $(2.a)\ \ y(t) = \sin(3t)$; $(2.b)\ \ y(t) = 2e^t - e^{2t}$;

$(2.c)\ \ y(t) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(1 + \dfrac{1}{2}t\right)e^{-\frac{1}{2}t}$. $(2.d)\ \ y(t) = -\dfrac{3}{2}cost - \dfrac{5}{2}sint + \dfrac{11}{5}e^t - \dfrac{1}{5}e^{-4t} - 1$; $(2.e)\ \ y(t) = cost + \dfrac{2}{3}sint - \dfrac{1}{3}sin2t$;

$(2.f)\quad y(t) = \dfrac{2}{3}e^{3t} + \dfrac{1}{2}e^{-2t} - \dfrac{1}{6}e^{4t} - 1$