

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA GESTIONALE
SCRITTO DI ANALISI 2 - 9 SETTEMBRE 2021

- **Consegnare solo questi fogli.**
- Non sono ammessi libri, quaderni, calcolatrici, telefonini. È ammesso solo un foglio protocollo o 2 fogli A4 con qualsivoglia scritto.

Cognome e nome:		Quiz	E1	E2	E3
	Voto				

PARTE I: Rispondere alle seguenti domande barrando con una crocetta tutte e sole le risposte ritenute corrette. Le cancellature verranno considerate solo se di chiaro significato. Ogni domanda contiene almeno una (talvolta anche più di una!) risposta corretta. Ogni quiz è considerato corretto se sono state indicate tutte e sole le risposte corrette. Quiz corretti valgono 2, quiz con risposta errata valgono $-\frac{2}{3}$. Gli esercizi valgono 5 punti ciascuno.

Q1) La somma della serie $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{2^n}$ è

- (a) $-\frac{1}{4}$.
- (b) 2.
- (c) Nessuna delle altre risposte.
- (d) -4.
- (e) $-\frac{1}{2}$.

Q2) Sia $(a_n)_n$ una successione con $0 < a_n < 1$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e tale che $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge as S . Quale(i) delle seguenti affermazioni è (sono) corretta(e)?

- (a) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge a $T = S$.
- (b) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge a $T > S$.
- (c) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ converge a $T < S$.
- (d) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$ diverge positivamente.

(e) Le ipotesi non consentono né di stabilire il carattere né di stimare la somma della serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2$.

Q3) Sia data la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{\sin(nx) + x^n}{n}$, $x \in \mathbb{R}$. Quale(i) delle seguenti affermazioni è (sono) corretta(e)?

- (a) f_n converge uniformemente in $\mathbb{R}$.
- (b) f_n converge puntualmente in $\mathbb{R}$.
- (c) f_n converge uniformemente in $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.
- (d) f_n converge puntualmente in $[-\pi, \pi]$.
- (e) Nessuna delle altre opzioni.

I QUIZ SEGUONO SUL RETRO DELLA PAGINA

Q4) Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = x^2 - y^2$. Quale(i) delle seguenti affermazioni è (sono) corretta(e)?

- (a) È limitata superiormente o inferiormente.
- (b) È illimitata sia superiormente che inferiormente.
- (c) Non ha punti critici.
- (d) Ha un solo punto di sella.
- (e) Nessuna delle altre opzioni.

Q5) La relazione $x^3 - y^4 + xy = 1$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, definisce implicitamente una funzione $y \mapsto g(y)$ in un intorno del punto $(1, 1)$. La sua retta tangente in $(1, 1)$ è data da

- (a) $x = \frac{3}{4}y + \frac{1}{4}$.
- (b) $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$.
- (c) $y = 2x - 1$.
- (d) Nessuna delle altre risposte.
- (e) $4x - 3y - 1 = 0$.

Q6) Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 3x + 2y, 0 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq x + 2\}$. L'integrale $\int_{\Omega} \frac{z}{3x+2y} dx dy dz$ vale

- (a) 18
- (b) 3
- (c) 27
- (d) 54
- (e) $\frac{27}{2}$

Q7) Sia $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|x|, |y|\} = 1\}$. L'integrale curvilineo $\int_{\Gamma} x$ vale

- (a) -4
- (b) 0
- (c) 4
- (d) 8
- (e) nessuno degli altri valori proposti.

Q8) Il campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2} \right)$ su $E = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$

- (a) è irrotazionale (corrispondente forma differenziale chiusa)
 - (b) non è conservativo
 - (c) è conservativo (corrispondente forma differenziale esatta)
 - (d) non è irrotazionale
 - (e) nessuna delle altre risposte
-

PARTE II: *Svolgere i seguenti esercizi nello spazio a disposizione. Le risposte non motivate, senza conti o incomprensibili non saranno prese in considerazione.*

1) Sia $f_n(x) = n \left(\sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x} \right)$, $x > 0$.

1. Trovare, per $x > 0$, il limite puntuale $f(x)$ di $f_n(x)$ al tendere di n ad infinito.
2. Discutere la convergenza uniforme di f_n a f in $(0, +\infty)$ ed in $(a, +\infty)$ con $a > 0$.

2) Sia

$$f(x, y) = x^2 - xy^2.$$

1. Trovare l'estremo superiore ed inferiore di f in $\mathbb{R}^2$.
2. Determinare i punti critici di f e la loro natura.
3. Calcolare il massimo e il minimo assoluto di f sul cerchio unitario $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

3) Date le forma differenziali

$$\omega_1(x, y) = 6x^2 y \, dy, \quad \omega_2(x, y) = 6xy^2 \, dx + 12x^2 y \, dy,$$

e

$$\omega_3(x, y) = [6xy^2 + \log(1 + \arctan^2 3x) - e^{x^8 - \sin x}] \, dx + [12x^2 y - \cos(y^4 + e^{y^2 - 7y}) + \arctan(1 + \sin^2 y)] \, dy,$$

calcolare $\int_{\partial\Omega} \omega_1$, $\int_{\partial\Omega} \omega_2$ e $\int_{\partial\Omega} \omega_3$, ove $\partial\Omega$ è il bordo del seguente insieme, percorso in senso antiorario:

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 5, 0 \leq y \leq x + 1, x \geq 0\}$$

(o, equivalentemente, calcolare la circuitazione su $\partial\Omega$ del campo vettoriale associato ad ω).