Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Scritto di Analisi 2 - 23 agosto 2021

- **Consegnare solo questi fogli.**
- Non sono ammessi libri, quaderni, calcolatrici, telefonini. È ammesso solo un foglio protocollo o 2 fogli A4 con qualsivoglia scritto.

Cognome e nome:		Quiz	E1	E2	E3
	Voto				

PARTE I: *Rispondere alle seguenti domande barrando con una crocetta tutte e sole le risposte ritenute corrette. Le cancellature verranno considerate solo se di chiaro significato. Ogni domanda contiene almeno una (talvolta anche più di una!) risposta corretta. Ogni quiz è considerato corretto se sono state indicate tutte e sole le risposte corrette. Quiz corretti valgono 2, quiz con risposta errata valgono* $-\frac{2}{3}$. *Gli esercizi valgono 5 punti ciascuno.*

Q1) La serie numerica $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left[\left(e^{\frac{2}{n}}-1-\frac{2}{n}\right)+(-1)^n\frac{n}{n^2+1}\right]$

(a) diverge a $+\infty$

(b) è indeterminata

(c) diverge a $-\infty$

(d) converge ma non assolutamente

(e) converge assolutamente

Q2) Nell'ambito delle funzioni reali definite su un aperto non vuoto $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$, è corretto dire che

(a) esistono funzioni differenziabili in un punto che non sono continue in quel punto

(b) esistono funzioni di classe C^1 in Ω che non sono continue in Ω

(c) esistono funzioni aventi tutte le derivate parziali prime in un punto non continue in quel punto

(d) esistono funzioni differenziabili in un punto non aventi tutte le derivate parziali prime in quel punto

(e) esistono funzioni di classe C^1 in Ω che non sono differenziabili in Ω

Q3) Sia $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z = 5x^2+3y^2+6, \ x^2+y^2 \le 4, \ x \ge 0\}$. L'integrale $\int_\Sigma \frac{z-2x^2-6}{\sqrt{100x^2+36y^2+1}}\,d\sigma$ vale

(a) 48π

(b) 16π

(c) nessuna delle altre risposte

(d) 12π

(e) 8π

Q4) Siano $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ un aperto non vuoto ed $F : \Omega \to \mathbb{R}^3$ un campo vettoriale di classe $\mathcal{C}^1$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta? (volendo, si può vedere la questione sulla forma differenziale associata al campo vettoriale)

(a) Se Ω non è semplicemente connesso, allora F non è conservativo

(b) Se $\mathrm{rot}F(x,y,z) = (0,0,0)$ per ogni $(x,y,z) \in \Omega$, allora F è conservativo

(c) nessuna delle altre risposte

(d) Se Ω è semplicemente connesso e $\mathrm{rot}F(x,y,z) = (0,0,0)$ per ogni $(x,y,z) \in \Omega$, allora F è conservativo

(e) Se F è conservativo allora $\mathrm{rot}F(x,y,z) = (0,0,0)$ per ogni $(x,y,z) \in \Omega$

Q5) L'insieme di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!+2^n}{(n+1)!3^n}(x-1)^n$ è

(a) $(-2, 4]$.

(b) $[-2, 4)$.

(c) $(-2, 4)$.

(d) $[-2, 4]$.

(e) $(-3, 3)$.

Q6) Sia $\Omega = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 1 \leq x \leq 3, \ 0 \leq y \leq \frac{3}{x}\right\}$. L'integrale $\int_\Omega 2x^2 y \, dx \, dy$ vale

(a) 18

(b) 1

(c) 9

(d) 0

(e) 36

Q7) Il limite $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\log(1-x^2y)}{3x^2+2y^2}$

(a) Non esiste

(b) è uguale a 0

(c) è uguale a $-\frac{1}{3}$

(d) è uguale a $-\frac{1}{5}$

(e) è uguale a $+\infty$

Q8) L'integrale della funzione $f(x, y) = 2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, calcolato su $\partial([-1, 1] \times [-1, 1])$

(a) è uguale a 4

(b) dipende dal verso di percorrenza di $\partial([-1, 1] \times [0, 1])$

(c) non è definito

(d) è uguale a 8

(e) nessuna delle altre risposte

PARTE II: *Svolgere i seguenti esercizi nello spazio a disposizione.* **Le risposte non motivate, senza conti o incomprensibili non saranno prese in considerazione.**

1) Si trovino i punti stazionari e si dica se si tratta di massimi o minimi (relativi o assoluti) di $f(x,y) = (x+3y)e^{-xy}$.

2)

1. Dimostrare che in un intorno di $(0,0)$ l'equazione

$$e^{x^2+y^2} - x^2 - 2y^2 + 2\sin y = 1$$

definisce una funzione $y = f(x)$.

2. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^2}\,.$$

3) Studiare la convergenza della seguenti serie di potenze al variare del parametro reale α:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)e^{-\alpha n}x^n$$

e calcolare il seguente integrale, per i valori di α per cui sia ben definito,

$$\int_0^1\left(\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)e^{-\alpha n}x^n\right)dx.$$