CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA GESTIONALE
SCRITTO DI ANALISI 2 - 5 LUGLIO 2021

- **Consegnare solo questi fogli.**
- Non sono ammessi libri, quaderni, calcolatrici, telefonini. È ammesso solo un foglio protocollo o 2 fogli A4 con qualsivoglia scritto.

Cognome e nome:		Quiz	E1	E2	E3
	Voto				

PARTE I: Rispondere alle seguenti domande barrando con una crocetta tutte e sole le risposte ritenute corrette. Non sono ammesse cancellature. Ogni domanda contiene almeno una (talvolta anche più di una!) risposta corretta. Ogni quiz è considerato corretto se sono state indicate tutte e sole le risposte corrette. Quiz corretti valgono 2, quiz con risposta errata valgono $-\frac{2}{3}$.

Q1) Sia $(a_n)_n$ una successione con $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ tale che $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n a_n$ converga ad S . La serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n (a_n - a_{n+1})$$

- (a) converge a $-a_2 - 2S$
- (b) converge a $2S - a_2$
- (c) converge a 0
- (d) converge a $-2S + a_2$
- (e) converge a $-a_2$

Q2) Sia $K \subset \mathbb{R}^4$ un insieme compatto. Allora

- (a) K non contiene tutti i suoi punti di bordo
- (b) K è limitato
- (c) K può essere illimitato
- (d) K può avere punti isolati
- (e) K contiene tutti i suoi punti di frontiera

Q3) Il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(x^2 y)}{3x^2 + 2y^2}$

- (a) non esiste
- (b) è uguale a $\frac{1}{3}$
- (c) è uguale a $\frac{1}{5}$
- (d) è uguale a $+\infty$
- (e) Nessuna delle altre opzioni

Q4) La relazione $x^4 - y^3 + xy = 1$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, definisce implicitamente una funzione $y \mapsto g(y)$ in un intorno del punto $(1, 1)$. La sua retta tangente in $(1, 1)$ è data da

- (a) $4x - 3y - 1 = 0$
- (b) $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$
- (c) $x = \frac{3}{4}y + \frac{1}{4}$
- (d) $y = 2x - 1$
- (e) nessuna delle altre risposte

Q5) Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0\}$. L'integrale $\int_{\Omega} \frac{6xz}{x^2 + y^2 - 1} dx dy dz$ vale

- (a) 38
 - (b) 0
 - (c) 15
 - (d) 76
 - (e) 30
-

Q6) L'integrale di linea della forma differenziale $\omega(x, y, z) = (3x + 4y + 4z)dx + (3y + 5x + 5z)dy + (3z - 13x + 13y)dz$ lungo la curva parametrica $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\gamma(t) = (2t, 2t + 1, 1 - 2t)$ vale

- (a) -36
 - (b) 36
 - (c) 18
 - (d) 0
 - (e) -18
-

Q7) Siano $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, $f, g : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni di classe C^1 tali che $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial g}{\partial x}$ per ogni $(x, y) \in \Omega$, $k \in \mathbb{R}$ e sia definita la forma differenziale $\omega(x, y) = (f(x, y) + kx^2y^3)dx + (g(x, y) - 7x^3y^2)dy$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (a) se ω è chiusa allora $k = -7$
 - (b) nessuna delle altre affermazioni è corretta
 - (c) se $k = -7$ allora ω è esatta
 - (d) se $k = -21$ allora ω è esatta
 - (e) se ω è esatta allora $k = -21$
-

Q8) Sia $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 5x^2 + 3y^2 + 6, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$. L'integrale $\int_{\Sigma} \frac{z - 2x^2 - 6}{\sqrt{100x^2 + 36y^2 + 1}} d\sigma$ vale

- (a) 8π
 - (b) 48π
 - (c) 16π
 - (d) 24π
 - (e) nessuna delle altre risposte
-

PARTE II: *Svolgere i seguenti esercizi nello spazio a disposizione. Le risposte non motivate, senza conti o incomprensibili non saranno prese in considerazione.*

1) Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$(x, y) \mapsto \sin(xy).$$

1. Calcolare $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$.
2. Usando la definizione, mostrare che f è differenziabile in $(0, 0)$.
3. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$t \mapsto \sqrt{1+t^2} + \operatorname{arctg} t$$

e si definisca $F(t) \equiv f(g(t), 1 - g^2(t))$. Calcolare $F'(0)$.

2) Determinare i massimi e minimi assoluti di $f(x, y) = x^2y$ sull'insieme $\mathcal{D} \equiv \{x^2 + y^2 \leq 1\}$.

3) Studiare la convergenza della seguenti serie di potenze al variare del parametro reale α :

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n} x^n$$

e calcolare, per i valori α per cui abbia senso,

$$\int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n} x^n \right) dx.$$