Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Scritto di Analisi 2 - 15 giugno 2021

- **Consegnare solo questi fogli.**
- Non sono ammessi libri, quaderni, calcolatrici, telefonini. È ammesso solo un foglio protocollo o 2 fogli A4 con qualsivoglia scritto.

Cognome e nome:		Quiz	E1	E2	E3
	Voto				

PARTE I: *Rispondere alle seguenti domande barrando con una crocetta tutte e sole le risposte ritenute corrette. Non sono ammesse cancellature. Ogni domanda contiene almeno una (talvolta anche più di una!) risposta corretta. Ogni quiz è considerato corretto se sono state indicate tutte e sole le risposte corrette. Quiz corretti valgono 2, quiz con risposta errata valgono* $-\frac{2}{3}$.

Q1) Sia $(a_n)_n$ una successione reale tale che $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{4}$. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{a_n^2}$ è

(a) 16
(b) $\frac{1}{16}$
(c) $\frac{1}{2}$
(d) 2
(e) $\frac{15}{16}$

Q2) Sia data una successione di funzioni continue $f_n \in \mathcal{C}([0,1])$ e sia la funzione limite f continua. Dire quale(i) delle seguenti affermazioni è (sono) vera(e)

(a) se $f_n \to f$ puntualmente allora $\lim \int_0^1 f_n = \int_0^1 f$
(b) se $f_n \to f$ uniformemente allora $\lim \int_0^1 f_n = \int_0^1 f$
(c) se $f_n \to f$ puntualmente allora non si può concludere che $\lim \int_0^1 f_n = \int_0^1 f$
(d) se $\lim \int_0^1 f_n = \int_0^1 f$ allora $f_n \to f$ puntualmente
(e) se $\lim \int_0^1 f_n = \int_0^1 f$ allora $f_n \to f$ uniformemente

---

Q3) Il limite $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(xy)}{3x^2+2y^2}$

(a) non esiste
(b) è uguale a $\frac{1}{3}$
(c) è uguale a $\frac{1}{5}$
(d) è uguale a $+\infty$
(e) Nessuna delle altre opzioni

Q4) Sia $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^4$ una curva regolare parametrizzata via ascissa curvilinea s. Dire quale(i) delle seguenti affermazioni è (sono) corretta(e)

(a) nessuna delle altre affermazioni
(b) γ è chiusa
(c) $\gamma'(s) = 1$
(d) $L(\gamma) = 1$
(e) $\|\gamma'(s)\| = 1$

Q5) Sia $f(x,y) = 3x^2y^2(x^2 - y^2) + 5$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

(a) la funzione f ha solo un punto di massimo locale
(b) la funzione f ha infiniti punti di sella
(c) la funzione f ha infiniti punti di massimo locale
(d) la funzione f ha infiniti punti di minimo locale
(e) la funzione f ha solo un punto di minimo locale

Q6) Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 \leq 3,\; y \geq \sqrt{2}x\}$. L'integrale $\int_\Omega 3y\,dx\,dy$ vale

(a) 2
(b) 4
(c) 16
(d) $\frac{5}{2}$
(e) $\frac{3}{2}$

Q7) Il campo vettoriale $F(x,y) = \left(|x^4 - y^2| + \frac{3}{2}y^2,\, 4xy - x|y|\right)$ è conservativo sull'insieme

(a) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; y < -x^2\}$
(b) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; y > x^2\}$
(c) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; y < x^2\}$
(d) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; y > -x^2\}$
(e) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; y^2 > x^4\}$

Q8) L'area della superficie $\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;:\; z = \frac{1}{4}(x^2+y^2) + 5,\; x^2+y^2 \leq 12,\; y \leq 0\right\}$ vale

(a) $\frac{32}{3}\pi$
(b) $\frac{28}{3}\pi + 5$
(c) 9π
(d) $\frac{29}{3}\pi$
(e) $\frac{28}{3}\pi$

PARTE II: *Svolgere i seguenti esercizi nello spazio a disposizione.* **Le risposte non motivate, senza conti o incomprensibili non saranno prese in considerazione.**

1) Calcolare i punti critici della funzione $f(x, y) = 3xy$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, vincolati su

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 + xy - 1 = 0\},$$

precisandone la natura.

2) Calcolare

$$\iint_D y^3 e^x \, dx\, dy \quad \text{dove} \quad D \equiv \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad y \geq 0,\ x \leq 1,\ x \geq y^2\}.$$

3) Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) \equiv \begin{cases} 0 & \text{se } x = 1 \\ ye^{-(\frac{y}{x-1})^2} & \text{se } x \neq 1. \end{cases}$$

a) Studiare la continuità e la derivabilità di f;

b) studiare i punti critici di f.