Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Scritto di Analisi 2 - 20 febbraio 2020

- **Consegnare solo questi fogli.**
- Non sono ammessi libri, quaderni, calcolatrici, telefonini. È ammesso solo un foglio protocollo o 2 fogli A4 con qualsivoglia scritto.

Cognome e nome:		Quiz	E1	E2	E3
	Voto				

PARTE I: *Rispondere alle seguenti domande barrando con una crocetta tutte e sole le risposte ritenute corrette. Eventuali correzioni devono essere comprensibili. Ogni domanda contiene almeno una (talvolta anche più di una!) risposta corretta. Ogni quiz è considerato corretto se sono state indicate tutte e sole le risposte corrette. Quiz corretti valgono 1, quiz con risposta errata valgono* $-\frac{1}{3}$.

Q1) Sia $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;:\; 0 \le z \le 3x+2y,\; 0 \le x \le 3,\; 2 \le y \le x+2\}$. L'integrale $\int_\Omega \frac{z}{3x+2y}\,dx\,dy\,dz$ vale

(a) 27

(b) $\frac{27}{2}$

(c) 18

(d) 3

(e) 54

Q2) Consideriamo la serie numerica $\sum_{n=10}^{\infty}(a_n + b_n)$. Quale o quali delle seguenti affermazioni risulta corretta?

(a) converge se e solo se convergono $\sum_{n=10}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=10}^{\infty} b_n$

(b) è assolutamente convergente se e solo sono assolutamente convergenti $\sum_{n=10}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=10}^{\infty} b_n$

(c) se convergono $\sum_{n=10}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=10}^{\infty} b_n$ allora converge

(d) se converge allora convergono $\sum_{n=10}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=10}^{\infty} b_n$

(e) non è vera nessuna delle altre affermazioni

Q3) Siano $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, $f, g : \Omega \to \mathbb{R}$ due funzioni di classe $\mathcal{C}^1$ tali che $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{\partial g}{\partial x}(x,y)$ per ogni $(x,y) \in \Omega$, $k \in \mathbb{R}$ e sia definita la forma differenziale $\omega(x,y) = (f(x,y) + kx^2y^3)dx + (g(x,y) + 9x^3y^2)dy$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

(a) se ω è esatta allora $k = 27$

(b) se $k = 27$ allora ω non è esatta

(c) se $k = 9$ allora ω è esatta

(d) se ω è chiusa allora $k = 9$

(e) nessuna delle altre affermazioni è corretta

Q4) Sia $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ una curva regolare parametrizzata via ascissa curvilinea s. Dire quale(i) delle seguenti affermazioni è (sono) corretta(e)

(a) γ è chiusa

(b) $L(\gamma) = 1$

(c) $\gamma'(s) = 1$

(d) $\|\gamma'(s)\| = 1$

(e) non è vera nessuna delle altre affermazioni

Q5) Sia $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z = 5x^2 + 3y^2 + 6, \ x^2+y^2 \leq 4, \ x \geq 0\}$. L'integrale $\int_\Sigma \frac{z-2x^2-6}{\sqrt{100x^2+36y^2+1}}\, d\sigma$ vale

(a) 8π
(b) 48π
(c) 12π
(d) 16π
(e) nessuna delle altre risposte

Q6) Sia $K \subset \mathbb{R}^4$ un insieme compatto. Allora

(a) K contiene tutti i suoi punti di accumulazione
(b) K non ha punti isolati
(c) K contiene tutti i suoi punti di frontiera
(d) K non contiene e suoi punti di bordo
(e) il complementare di K è illimitato

Q7) Si consideri la serie di funzioni $\sum_{k=1}^\infty f_k(x)$, $x \in D \subseteq \mathbb{R}$. Dire quale delle seguenti affermazioni è corretta

(a) se la serie converge totalmente in D allora $\sum_{k=1}^\infty f_k(x)$ converge assolutamente, $\forall x \in D$
(b) condizione necessaria perchè la serie converga totalmente in D è che $f_k(x)$ sia infinitesima, $\forall x \in D$
(c) sia $D \subset C$, se la serie converge totalmente in D allora converge totalmente in C
(d) condizione sufficiente perchè la serie converga uniformemente in D è che converga puntualmemente in D
(e) se la serie non converge totalmente in D allora non converge puntualmente in D

Q8) Il limite $\lim\limits_{\|(x,y)\| \to \infty} \frac{\text{sen}^2(xy)}{3x^2+2y^2}$

(a) non esiste
(b) è uguale a $+\infty$
(c) è uguale a $\frac{1}{3}$
(d) è uguale a $\frac{1}{5}$
(e) nessuna delle altre opzioni

PARTE II: *Svolgere i seguenti esercizi nello spazio a disposizione.* **Le risposte non motivate, senza conti o incomprensibili non saranno prese in considerazione.**

---

1) Studiare la convergenza della seguente serie, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n^2+n+1)}{(\log n)^{\alpha}}.$$

2) Trovare il massimo ed il minimo della funzione $f(x, y, z) = z^2 + xy$ nell'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 0 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1.$$

3) Determinare il polinomio di Taylor di ordine 2 centrato in $x = 1$ della funzione $x \mapsto g(x)$ definita implicitamente dall'equazione

$$\log(xy) - 2x + y + 1 = 0.$$