Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Scritto di Analisi 2 - 4 febbraio 2020

- **Consegnare solo questi fogli.**
- Non sono ammessi libri, quaderni, calcolatrici, telefonini. È ammesso solo un foglio protocollo o 2 fogli A4 con qualsivoglia scritto.

Cognome e nome:		Quiz	E1	E2	E3
	Voto				

PARTE I: *Rispondere alle seguenti domande barrando con una crocetta tutte e sole le risposte ritenute corrette. Non sono ammesse cancellature. Ogni domanda contiene almeno una (talvolta anche più di una!) risposta corretta. Ogni quiz è considerato corretto se sono state indicate tutte e sole le risposte corrette. Quiz corretti valgono 1, quiz con risposta errata valgono* $-\frac{1}{3}$.

Q1) Calcolare $\sum_{k=0}^{10} \frac{1}{2}$

(a) 0

(b) $\frac{11}{2}$

(c) 5

(d) 5,5

(e) $+\infty$

Q2) La serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$

(a) converge

(b) diverge

(c) è uguale a 1

(d) è uguale a 0,5

(e) è indeterminata

Q3) Nell'ambito delle funzioni reali definite su un aperto non vuoto $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$, è corretto dire che

(a) Esistono funzioni aventi tutte le derivate parziali prime in un punto non continue in quel punto

(b) Esistono funzioni differenziabili in un punto non aventi tutte le derivate parziali prime in quel punto

(c) Esistono funzioni di classe C^1 in Ω che non sono differenziabili in Ω

(d) Esistono funzioni differenziabili in un punto che non sono continue in quel punto

(e) Esistono funzioni di classe C^1 in Ω che non sono continue in Ω

Q4) Una curva di Jordan è

(a) regolare

(b) piana

(c) chiusa

(d) semplice

(e) regolare a tratti

Q5) La relazione $x^3 - y^4 + xy = 1$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, definisce implicitamente una funzione $y \mapsto g(y)$ in un intorno del punto $(1, 1)$ e la sua retta tangente in $(1, 1)$ è data da

(a) $4x - 3y - 1 = 0$
(b) $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$
(c) $x = \frac{3}{4}y + \frac{3}{4}$
(d) $y = 2x - 1$
(e) è falso che sia definita implicitamente la funzione g

Q6) Sia $f(x, y) = 3x^2y^2(x^2 - y^2) + 5$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

(a) La funzione f ha due punti di sella
(b) La funzione f ha infiniti punti di massimo locale
(c) La funzione f ha solo un punto di minimo locale
(d) La funzione f ha solo un punto di massimo locale
(e) La funzione f ha infiniti punti di sella

Q7) L'integrale curvilineo della funzione $f(x, y) = 1$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, calcolato su $\partial([-1, 1] \times [-1, 1])$

(a) non è definito
(b) dipende dal verso di percorrenza di $\partial([-1, 1] \times [0, 1])$
(c) è uguale a 8
(d) è uguale a 4
(e) nessuna delle risposte precedenti

Q8) Il campo vettoriale $F(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right)$ su $E = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$

(a) è irrotazionale (corrispondente forma differenziale chiusa)
(b) è conservativo (corrispondente forma differenziale . . .)
(c) non è irrotazionale
(d) non è conservativo
(e) nessuna delle risposte precedenti

PARTE II: *Svolgere i seguenti esercizi nello spazio a disposizione.* **Le risposte non motivate, senza conti o incomprensibili non saranno prese in considerazione.**

---

1) Studiare (dire se esiste (quanto vale?) o non esiste (perché)) il seguente limite:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(xy^2)}{(x^2+y^4)^{1/2}}.$$

2) Calcolare i punti critici della funzione $f(x, y) = xy$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, vincolati su

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 + xy - 1 = 0\},$$

precisandone la natura.

3) Data la forma differenziale

$$\omega(x,y) = (6xy^2 + \log(1+\arctan^2 3x) - e^{x^8 - \operatorname{sen} x})\,dx + (12x^2y - \cos(y^4 + e^{y^2-7y}) + \arctan(1+\operatorname{sen}^2 y))\,dy,$$

calcolare $\int_{\partial\Omega} \omega$, ove $\partial\Omega$ è il bordo del seguente insieme, percorso in senso antiorario:

$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 1 \le x^2 + y^2 \le 5,\ 0 \le y \le x+1,\ x \ge 0\}$$

(o, equivalentemente, calcolare la circuitazione su $\partial\Omega$ del campo vettoriale associato ad ω).