# Modello di Henon-Heiles

$$H(\underline{y}, \underline{x}) = \frac{1}{2}\omega_1(x_1^2+y_1^2)+\frac{1}{2}\omega_2(x_2^2+y_2^2)$$

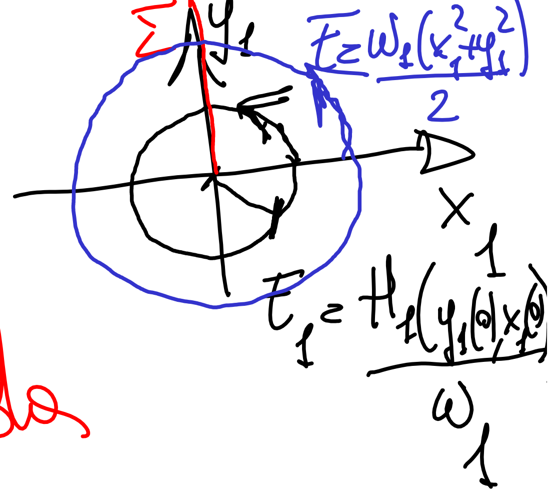
$$+\cancel{x_1^2 x_2} - \frac{x_2^3}{3}$$

termine di accoppiamento tra $(y_1, x_1)$ e $(y_2, x_2)$

momentaneamente leviamo

Senza accoppiamento $H(\underline{y},\underline{x}) = H_1(y_1, x_1) + H_2(y_2, x_2)$

dove $H_1(y_1,x_1) = \frac{\omega_1}{2}(x_1^2+y_1^2)$




La sezione di Poincaré $\Sigma$ è dotata da

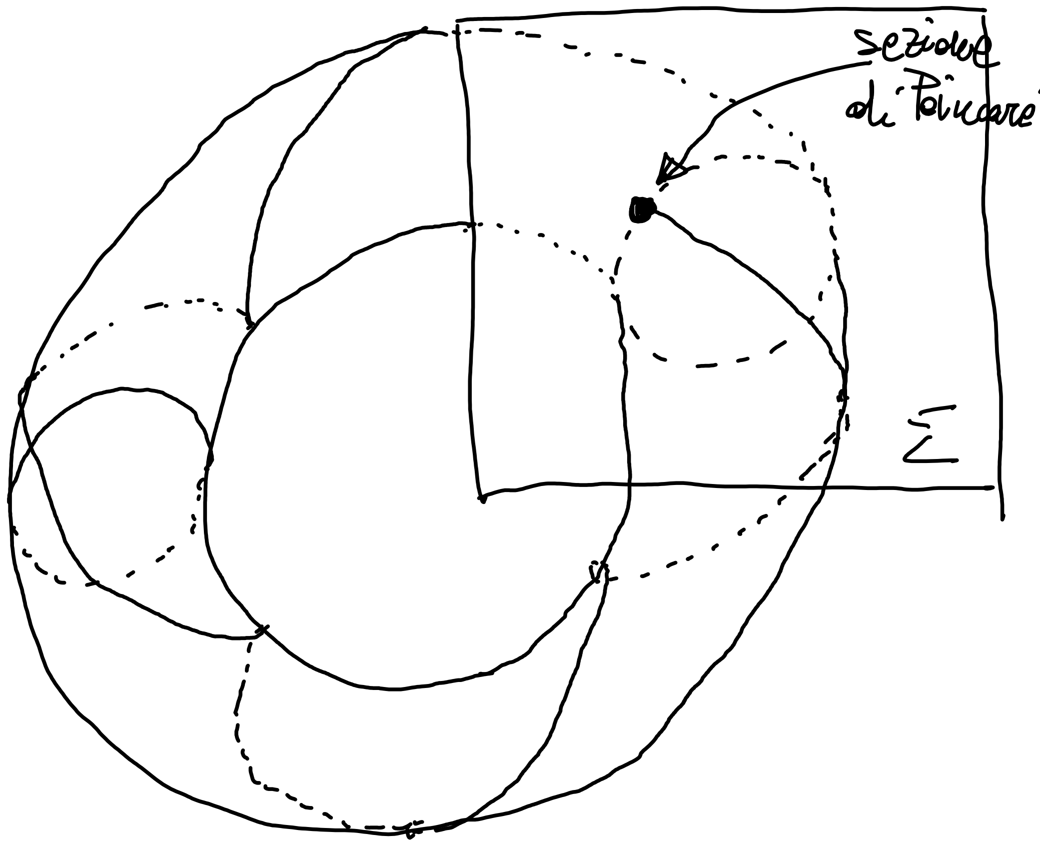
$x_1=0$, $\dot{x}_1 = \frac{\partial H_1}{\partial y_1} = \omega_1 y_1 > 0$

inoltre $H_2(y_2,x_2) = \frac{\omega_2}{2}(x_2^2+y_2^2) - \frac{x_2^3}{3}$

Siccome $\{H_1,H_2\}=0$, $\{H_1,H\}=\{H_2,H\}=0$

$\Rightarrow$ 2 cost. del moto in involuzione e indip. $\Rightarrow$ sist. INTEGR.

Siccome $H_2(y_2,x_2)$ è cost. del moto allora $H_2(y_2,x_2)=E_2=H_2(y_2(0),x_2(0))$




Costruzione della forma normale di Birkhoff con Mathematica

$$Z_0 = \omega_1 z_1 \bar{z}_1 + \omega_2 z_2 \bar{z}_2 \qquad (i\underline{\bar{z}}, \underline{z})$$

momenti

var. canoniche

coord.!

| Rappr. | Mathematica | scrittura nostra |
|---|---|---|
| | z1 | $z_1$ |
| | z2 | $z_2$ |
| | izb1 | $i\bar{z}_1$ |
| | izb2 | $i\bar{z}_2$ |
| $1 =$ | w1 | $\omega_1$ |
| $\frac{\sqrt{5}-1}{2} =$ | w2 | $\omega_2$ |
| | fs[[1]] | $f_1 \in P_3$ pol. om. di grado 3 |
| | fs[[2]] | $f_2 \in P_4$ " " " " 4 |
| | ⋮ | ⋮ |

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(x_1 + i y_1\right)$$

$$i\bar{z}_1 = \frac{i}{\sqrt{2}}\left(x_1 - i y_1\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(z_1 - i\left(i\bar{z}_1\right)\right) = x_1$$

Rappresentiamo tutta la Ham. con

ZnfO , fS

Hamiltoniana = ZnfO + fS[[1]] + fS[[2]] + ...