

### Esercizio 1

Determinare per quali valori del parametro reale  $\lambda$  il numero

$$z = 4(\lambda - i)^{-1} + (1 - i\lambda^2)^2$$

risulti reale

### Esercizio 2

Determinare se esiste il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x - x^2) - x}{x^2}$$

### Esercizio 3

Calcolare le primitive di:

$$\int \frac{dx}{1 - \sqrt{4x^2 + 12}}$$

### Esercizio 4

Determinare, se esistono, i massimi ed i minimi (sia locali che globali) di:

$$f(x) = \frac{|x - 1|}{\ln|x - 1|}$$

nel suo insieme di definizione.

Calcolare, inoltre, se esistono, i punti di flesso di  $f(x)$ .

Si giustificino i risultati anche da un punto di vista teorico.

### Esercizio 5

Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  risulti convergente la serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k}{(k^2 + 3)} (\sin \alpha)^k$$

### Esercizio 6

Determinare la parte reale di:

$$z = (1 + i)^{-5}$$

### Esercizio 7

Determinare se esiste il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(2x+1)^3(x-5)^4}{(x-3)^3 \sqrt{9-x}}$$

### Esercizio 8

Calcolare le primitive di:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+x+2}}$$

### Esercizio 9

Determinare, se esistono, i massimi ed i minimi (sia locali che globali) di:

$$f(x) = \arctan \left| \frac{1 - \log x}{1 + \log x} \right|$$

nel suo insieme di definizione.

Calcolare, inoltre, se esistono, i punti angolosi di  $f(x)$ .

### Esercizio 10

Determinare il carattere della serie al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\alpha^k}{k 2^k}$$

### Esercizio 11

Determinare per quale valore del parametro reale  $\lambda$  il numero

$$\frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{1-\lambda i}$$

abbia argomento principale  $\pi/4$

### Esercizio 12

Determinare, se esiste, il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\log x}}{(\log x)^x}$$

**Esercizio 13**

Calcolare le primitive di:

$$\int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + x}$$

**Esercizio 14**

Determinare il carattere della serie al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\alpha |\alpha|^n$$

**Esercizio 15**

Scrivere un'equazione di secondo grado che abbia per radici i due numeri:

$$z_1 = -\sqrt{3}(1+i), \quad z_2 = \frac{(-1+i)}{\sqrt{3}}$$

**Esercizio 16**

Determinare se esiste il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3x + 2) e^{-\sqrt{\log x}}$$

**Esercizio 17**

Calcolare le primitive di:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2x-1} - (2x-1)^{\frac{1}{4}}}$$

**Esercizio 18**

Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  risulti convergente la serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(\sin(\alpha^2))^k}{\sqrt{1+k}}$$

### Esercizio 19

Sia  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $\mathcal{C}^2([0, +\infty))$  tale che  $f(0) = 0$  e  $f'$  monotona crescente.

Dimostrare che se  $\exists \xi > 0 : f'(\xi) = 0$  e  $f(x) \geq 0, \forall x > 0$   
 $\Rightarrow f(x) = 0, \forall x \in [0, \xi)$

### Esercizio 20

Determinare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il carattere della serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{k}\right)^{k^2}$$

### Esercizio 21

Sia  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $\mathcal{C}^2([0, +\infty))$  tale che  $f(0) = 0$  e  $f'$  monotona crescente.

Posto  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ , dimostrare che  $g$  ha un minimo in  $x = 0$