

Prova scritta del primo appello d'esame di Calcolo I
per il corso di laurea in Scienze dei Materiali
26 Gennaio 2016

- (1) Si calcoli il seguente limite, avendo cura di motivare adeguatamente i passaggi, laddove è necessario:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\log(1+x^2) \sin^2 x}}{1 - \cos x} .$$

- (2A) Si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\cos(n\pi) \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right) \right] .$$

- (2B) Si discuta la convergenza assoluta della serie precedentemente introdotta al punto (2A).

- (3A) Si consideri la famiglia di funzioni $f_a : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che

$$f_a(x) = -\cos x + \frac{a}{4} \cos(2x) + \frac{3a}{8} ,$$

dove il parametro $a \in \mathbf{R}^+$. Si determini il valore \bar{a} tale che la funzione $f_{\bar{a}}$ ha un punto di *minimo* in $\pi/3$.

- (3B) Si studi il grafico della funzione

$$g(x) = \frac{1}{f_{\bar{a}}(x)} ,$$

dove il valore di \bar{a} è fissato così come richiesto dal testo dell'esercizio (3A). Durante lo studio del grafico, la discussione della concavità / convessità della funzione $g(x)$ *deve essere omessa*.

- (4) Si determini il seguente integrale indefinito:

$$\int dx \cos^5 x .$$

- (5) Si discuta il carattere del seguente integrale di funzione illimitata su un intervallo limitato:

$$\int_0^{\pi/2} dx \operatorname{tg} x .$$