

**Prova scritta del primo appello d'esame di Calcolo 1
per il corso di laurea in Scienze dei Materiali e di
Analisi 1 per il corso di laurea in Chimica Applicata
20 Febbraio 2018**

(1) Si consideri la funzione $f : (-1, 1) \mapsto \mathbf{R}$ tale che

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+x) + \log(1-x)}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 \end{cases}.$$

(1A) Utilizzando opportunamente la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale, si calcoli $f'(0)$.

(1B) Utilizzando opportunamente la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale, si calcoli $f''(0)$.

(2) Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \left| 1 + \log \left(\frac{x+2}{x-1} \right) \right|.$$

(3) Si determini il valore del seguente integrale definito:

$$\int_0^{1/2} \frac{x e^{\arcsin(x)}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

(4) Si discuta la convergenza del seguente integrale:

$$\int_2^{+\infty} \left(\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}} - 1 \right) \frac{x^{\frac{x}{x^2+1}}}{\sin\left(\frac{x}{x^2+1}\right)} dx.$$